

目 次

論文 ACE제도의 이론적 의미와 자본비용 효과 곽태원 ... 1
 로비활동하의 간접세 결정에 관한 연구 이인호 ...17
 지방세수추계 모형 및 요인분석 김현아 ...49
 Neighborhood Structure and the Viability of
 Cooperation 전택승 · Rajiv Sethi ...77

英文抄錄 119

1)과 태 원*

要 約

이 논문은 법인소득세의 과세베이스에서 자기자본에 대한 정상 수익을 소득공제 해주자는 이른바 ACE제도의 이론적 의미를 논의하고 이 제도가 도입될 경우 기업의 자본비용이 어떠한 영향을 받는지를 분석하고 있다. 이상적인 상황에서 ACE의 도입은 법인세를 경제적 이윤에 대한 조세로 전환시킨다. 배당에 대한 세율과 자본 이득에 대한 세율의 차이가 없다면 이 제도의 도입은 차입에 의한 자본조달의 자본 비용이 신주발행이나 사내 유보에 의한 조달의 자본비용과 같아지게 만든다. 그러나 두 개인소득세율이 다를 경우 ACE제도의 중립성은 보장되지 않는다.

I. 서 론

글로벌리제이션(Globalization)의 급진전과 함께 생산요소의 이동성이 높아졌을 뿐 아니라 생산요소의 이동방향이 조세정책에 민감하게 반응하는 상황이 전개되고 있다. 그리고 생산요소의 국제간 이동성은 생산요소의 유형에 따라 커다란 격차를 나타내고 있으며 이러한 현상이 조세정책의 효과를 종래와는 매우 다르게 하는 결과를 가져오고 있다. 특히 자본의 높은 이동성은 국가간의 자본유치를 위한 조세경쟁을 촉발하기 시작했다고 말할 수 있다.

다른 한편으로 사회보장지출의 지속적인 증대와 이에 따른 조세부담률의 상승은 조세에 의한 자원배분의 왜곡을 극도로 확대시켰다. 이러한 왜곡의 주된

* 서강대학교 경제학과 교수.

2 財政研究

원천이 누진소득세와 부분요소세인 법인소득세라는 것은 주지의 사실이다.

최근에 나타나고 있는 세계적인 세제개편의 흐름이나 세제개편과 관련된 논의들의 대부분은 위에서 언급한 두 가지 문제와 직·간접으로 관련이 있다. 특히 자본소득세의 개편과 관련된 논의가 활발한 것은 바로 자본소득세가 위의 두 가지 문제 모두의 중심에 놓여 있기 때문이다.

이 논문은 자본소득세의 개편과 관련된 최근의 논의 과정에서 제안된 이른바 ACE(Allowances for Corporate Equity)제도를 분석하는 것을 주된 목적으로 한다. 먼저 이 제도의 내용과 이론적 의미를 간단하게 살펴보고 이 제도가 도입될 경우의 자본비용 효과를 분석하기로 한다.

II. ACE제도의 내용과 이론적 의미

1. ACE제도 논의의 배경과 내용

ACE제도는 영국의 대표적 재정관련 연구소인 Institute for Fiscal Studies의 자본과세 연구모임에 의해서 1991년에 제안되었다¹⁾. ACE제도는 명칭이 시사하는 것처럼 법인소득세의 베이스를 정의함에 있어서 자기자본에 대한 정상 수익을 공제하자는 것이다. 그렇게 함으로써 법인세가 가지고 있는 가장 기본적인 약점이라고 할 수 있는 부분요소세로서의 성격을 해소하여 자원배분의 왜곡을 줄일 수 있을 것이다. 이 제도는 법인에 투입된 자본 중 차입에 의해서 조달된 자본과 자기자본 간에 세부담의 차등이 존재하는 기존 제도의 문제를 극복하는 하나의 대안으로 제시된 것이었다²⁾.

1) IFS(1991).

2) 중립적 자본소득세에 관한 이론적 논의는 이보다 앞서서 많은 학자들에 의해서 이루어졌다. Robin Boadway and Neil Bruce(1984), Stephen R., Bond and Michael P. Devereux(1995) 등이 한 예이다. 법인세와 배당소득세의 이중과세조정 문제도 같은 맥락에서 생각할 수 있을 것이다. 그러나 법인세의 문제점에 근본적으로 대응

이 문제를 다루기 위한 또 하나의 제안이 비슷한 시기에 이루어졌는데 그것은 미국 재무성에서 제안했던 이른바 CBIT(Comprehensive Business Income Tax)제도이다³⁾. 이 제안은 현행 법인세에서 지급이자를 손비로 인정해 주는 규정을 없애자는 것이다. 다시 말해서 법인기업의 당기순이익에 지급이자를 더한 값을 과세베이스로 해서 법인세를 과세하자는 것이다. 이 제안은 좀더 구체적으로 이 세율을 개인소득세의 한계세율로 하고 개인단계에서는 아무런 세금도 물지 않게 하자고 제안하였다. 이것은 ACE와는 반대로 차입자본에 대한 소득에도 과세함으로써 불균형을 해소하자는 발상이었다⁴⁾.

이들과는 다소 다른 관점에서 북구국가들을 중심으로 DIT(Dual Income Tax)제도가 논의되었다⁵⁾. 이 제도하에서는 개인소득에서 자본소득은 저율의 단일세율로 과세하고 노동소득은 누진세율로 과세한다. 법인소득은 자본소득으로 간주하여 개인소득의 자본소득에 대한 세율과 같은 율로 과세하고 이자소득은 손비로 인정해 준다. 한편 개인기업의 소득은 자본소득과 노동소득으로 분리하여 앞의 규칙을 적용한다. 배당이나 자본이득에 대한 개인소득세과세를 완전히 면제하면 이 제도로도 앞에서 제기된 법인부분 자본에 대한 조세상의 왜곡은 해소될 수 있다. 그러나 DIT의 더 중요한 목적은 자본소득에 대한 세부담을 줄여 줌으로써 이동성이 높은 자본의 불리한 이동을 방지하려는 데 있다고 말할 수 있다.

한편 최근 미국 부시 행정부의 재무장관은 법인세의 폐지를 거론하여 화제를 불러일으키기도 하였다⁶⁾. 이것은 우발적인 발언이 아니었다. 이미 1980년대 초반부터 미국에서 논의되어온 이른바 ‘근본적 세제 개편(fundamental tax reform)’의 가장 중요한 내용 중 하나가 법인세를 없애는 것이기 때문이다⁷⁾.

하는 방안으로 제시된 것은 여기서 언급하는 ACE와 CBIT 정도라고 할 수 있다.

3) U.S. Department of Treasury(1992) 참조.

4) Bond(2000)은 ACE와 CBIT를 각각적으로 비교분석하고 있다.

5) Sorensen(1994) 등 참조.

6) 2001년 5월 21일자 『조선일보』 참조.

7) 미국의 근본적 세제개편 논의에 관해서는 콕태원(1998) 참조.

4 財政研究

법인세를 완전히 폐지하는 것이든 또는 부분적으로 개편을 하는 것이든 그 기본적인 목적은 앞에서 말한 두 가지의 적절한 조합으로 구성되어 있다고 말할 수 있다. 하나는 자본에 대한 세부담을 경감시켜 국제적인 자본 확보 경쟁에서 유리한 입장을 차지한다는 것이고 다른 하나는 현행 자본소득세의 왜곡을 시정하여 자원배분의 효율을 도모한다는 것이다. 우리나라의 경우에도 두 가지 정책목표가 모두 유효하다고 판단된다. 그러나 현 단계에서 자본소득세의 차등적이고 적극적인 인하를 모색하는 것은 정치적인 이유 등으로 인해 쉽지 않을 것으로 판단된다. 사실 자본의 유치나 국내 자본의 도피성 해외유출을 막는 방법으로 조세조치가 과연 가장 시급한 조치이며 효과가 있을 것인가에 대해서도 의문의 여지가 있다. 정치안정이나 기업에 대한 불합리하고 무리한 규제의 제거 등 우선순위가 높고 탁월한 효과를 낼 수 있는 정책방안들이 많이 있다고 판단된다. 이에 비해 자원 배분의 왜곡을 줄이기 위한 노력은 그 자체가 바람직하고 시급할 뿐 아니라 적절한 방안만 있다면 정치적으로 방해 받을 이유가 없다. 이런 이유 때문에 본고는 최근에 논의되고 있는 여러 가지 자본소득세제 개편방안 중에서 ACE제도에 관심을 가지고 분석하고자 하는 것이다⁸⁾.

2. ACE제도와 법인세 과세베이스 : 이론적 의미

ACE제도의 내용을 좀더 분명하게 말한다면 이것은 법인세 과세베이스에서 i^*E 를 공제해 주는 것이다. 여기서 i^* 는 자기자본에 대한 기회수익률을 나타내고 E 는 자기자본을 나타낸다. ACE제도의 가장 중요한 이론적 의미는 이렇게 함으로써 법인소득세가 특정한 부분의 특정한 생산요소에 과세되는 부분요

8) ACE나 CBIT를 실제로 도입한 사례는 찾아보기 어렵다. 그러나 DIT는 북구 국가들을 중심으로 도입이 되었고 이탈리아도 최근에 DIT의 한 변형을 도입하였다 (Massimo, Bordignon, Silvia Giannini and Paolo Panteghini, 2001, 참조). ACE제도의 실제 도입은 단순한 문제라고 말할 수 없다. 그러나 세계 전반의 근본적인 개편을 고려한다면 현실성이 없는 제도라고 말할 수 없다.

소세의 성격에서 순수한 경제적 이윤에 과세하는 이윤세로 전환된다는 것이다. 순수한 경제적 이윤에 대하여 부과하는 조세가 자원배분을 왜곡시키지 않는 럼섬(lump-sum)세라는 것은 주지의 사실이다. ACE제도는 이와 같이 자원배분을 왜곡시키는 전형적인 세제를 가장 효율적인 세제로 전환시킨다는 의미를 갖는 것이다.

법인세의 경제학적 성격을 분명하게 알기 위해서는 그 과세베이스를 분명하게 이해하는 것이 중요하다. 무엇보다도 법인세의 과세베이스는 법인기업의 세전 당기순이익인데 이것은 경제적 이윤과는 다른 개념이라는 데 주의해야 한다.

우선 당기순이익과 경제적 이윤은 다음과 같이 구분해서 표현할 수 있다.

$$\text{당기순이익} = pQ - wL - iB - dK \quad (1)$$

$$\text{경제적이윤} = pQ - wL - (i + \delta)K \quad (2)$$

이 식에서

p =제품의 가격(부가가치 가격 즉, 중간투입물 비용을 공제한 가격)

Q =출하량

w =평균인건비

L =총노동투입량

i =이자율(기회수익률)

B =부채잔액

d =세법상 감가상각률

K =총고정자본

δ =경제적 감가율 (economic depreciation rate)

등을 각각 나타낸다.

따라서, pQ =총부가가치, wL =인건비, iB =지급이자, dK =감가상각비등을 나타낸다. 여기서 만일 $B=K(100\%$ 차입경영)이고 $d=\delta$ 이면 두 개념은 완전히 일치한다. 즉 이때는 당기순이익에 과세하는 법인(소득)세가 순수한 이윤세가 되는 것이다.

6 財政研究

한편 부가가치의 구성은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$pQ = wL + iB + \rho E + \delta K \quad (3)$$

단, ρ =자기자본 수익률

$$E = K - B = \text{자기자본}$$

등을 나타낸다.

당기순이익을 부가가치 구성을 나타내는 위의 식을 이용하여 다시 쓰면 식 (4)와 같다.

$$\text{당기순이익} = wL + iB + \rho E + \delta K - wL - iB - dK = \rho E + (\delta - d)K \quad (4)$$

이 식에서 기업의 세무회계상 감가상각률이 경제적 감가상각률과 같다면 당기순이익은 ρE 즉, 자기자본에 귀속되는 요소소득과 일치한다. 이것이 법인세의 과세베이스이다.

경제적 이윤을 같은 방법으로 쓰면 다음과 같이 나타낼 수 있는데 이것이 당기순이익과 다르다는 것을 알 수 있다. 즉 당기순이익에서 자기자본에 대한 정상적 수익(iE)을 뺀 나머지가 경제적 이윤이 되는 것이다⁹⁾.

경제적 이윤

$$\begin{aligned} &= pQ - wL - (i + \delta)K = wL + iB + \rho E + \delta K - wL - (i + \delta)K \\ &= iB + \rho E - iK = iB + \rho E - i(E + B) = (\rho - i)E \end{aligned} \quad (5)$$

요컨대 독점 등 여러 가지 이유로 순수한 경제적 이윤을 창출하고 있는 법

9) 여기서 한 가지 주의할 점은 앞에서 말한 것처럼 경제적 감가율과 세법상의 상각률이 같고 100% 차입경영의 경우에는 다음의 식으로 경제적 이윤을 나타내는 것이 불가능하다는 점이다. E가 0이 되어 자기자본에 대한 수익률을 계산하는 것이 불가능하기 때문이다.

인기업이 있다면 이러한 이윤은 법인세의 과세대상에 포함된다는 것을 알 수 있다. 법인세의 과세대상(ρE)은 법인의 자기자본에 대한 정상적인 보수(iE)와 경제적 이윤($(\rho - i)E$)을 합한 것이기 때문이다.

이와 같이 법인세의 과세베이스가 법인의 자기자본(equity capital)에 대한 수익이라는 점은 결국 법인세가 법인부문의 자기자본에 대한 부분요소세(partial factor tax)의 성격을 갖는다는 점을 분명히 해준다. 법인세의 여러 가지 문제는 바로 법인세가 부분요소세라는 점에 그 뿌리를 두고 있다고 말할 수 있다.

이제 ACE제도의 의미는 매우 분명해진다. 과세베이스에서 i^*E 를 공제해 주는 것이 ACE제도라고 설명한 바 있다. i^* 를 구체적으로 어떻게 정할지는 정책적으로 결정할 문제라고 할 수 있지만 자본의 기회수익률을 가장 잘 나타내는 것이 시장이자율(i)이라고 한다면 ACE제도가 도입되어 조정된 과세베이스는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\text{조정된 과세베이스} = \rho E + (\delta - d)K - iE \quad (6)$$

위의 식에서 만일 경제적 감가상각률과 세법상 감가상각률이 동일하다면 조정된 과세베이스는 바로 위에서 살펴보았던 순수한 경제적 이윤($(\rho - i)E$)과 같아짐을 알 수 있다.

순수한 경제적 이윤이란 경쟁적인 시장의 장기균형에서는 발생하지 않는다. 그러나 현실적인 시장이 독과점적 구조를 가지고 있다면 ACE제도하의 주된 과세대상은 독점이윤이 된다고 말할 수 있을 것이다. 물론 조정된 베이스의 한 항목은 $(\delta - d)K$ 이다. 만일 가속상각이 보편적으로 이루어지고 있다면 이 항목 때문에 과세베이스가 더 줄어든다고 말할 수 있다. 이와 같은 왜곡은 자본비용의 수준에는 영향을 주지만 부문간 자본의 배분에는 어떤 규칙적인 영향을 준다고 보기 어렵다.

Ⅲ. ACE제도와 자본비용

1. 기본적인 자본비용 모형

법인소득세, 배당소득세, 자본이득세 등이 있고 투자세액공제나 가속상각 같은 기본적인 인센티브들이 설정되어 있는 전형적인 상황을 가정한다. 의사결정자는 기업의 시장가치 극대화를 목적으로 한다. 배당은 외생적으로 결정된 일정한 배당성향에 따라 이루어지며 자금의 조달도 외생적으로 결정된 최적재무구조를 유지한다는 전제하에서 이루어진다¹⁰⁾. 이 경우 기업의 자금 흐름의 균형을 나타내는 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$D + (1 - \tau)iB + (1 - k - \tau z)q(I + \delta K) = (1 - \tau)pF(K) + b + S \quad (7)$$

단,

D = 배당액

τ = 법인소득세율

k = 투자세액공제율(1원 투자시 세액공제해 주는 금액)

z = 1원 투자에 대한 미래 감가상각액의 현재가치

q = 자본재 가격

I = 신규투자금액

10) 기업이 추가적인 자금을 조달할 때 어떤 수단을 사용하는가에 따라 자본비용이 달라진다. 그러나 ACE나 CBIT 등이 도입되면 원천별 자본비용의 구조가 도입 전과 달라지게 되고 따라서 기업이 한계적인 자금을 조달하는 원천도 달라질 수 있다. 그러므로 자본조달의 구조가 고정되어 있다고 가정하는 것은 비현실적일 수 있다. 그러나 이 논문의 목적은 ACE제도의 도입이 각 원천별 자본비용의 구조에 어떤 영향을 주는가를 분석하는 것이다. 이러한 분석을 위해서는 여러 가지 원천이 함께 나타나는 경우를 가정하는 것이 편리하다. 이러한 가정은 그 자체로서 한정적이지만 이 연구의 보편성을 제한하지는 않는다.

$F(K)$ = 생산함수
 b = 신규차입
 S = 신주 발행

다른 변수들은 앞 절에서 정의한 바와 같다. 자본재 가격과 제품의 가격의 상승률은 일정하다고 가정한다. 식 (7)은 이 모형의 가장 중요한 제약식이다. 이 식의 좌변은 지급을 나타내고 우변은 수입을 나타낸다. 지급은 배당과 차입에 대한 이자지급 그리고 투자지출 등으로 이루어진다. 지급이자는 손비처리되기 때문에 법인세율만큼 낮아진 이자율 $[(1-\tau)z]$ 이 적용된다. 감가상각을 포함하는 총투자는 투자세액공제나 가속상각 등 인센티브가 반영된 취득가격 $[(1-k-tz)q]$ 으로 평가된다. 한편 현금수입을 나타내는 우변은 세후소득과 차입 및 신주발행 등으로 구성된다.

이 기본적인 제약식과 다른 기술적인 가정 및 제약하에서 기업의 가치를 극대화하는 동태적 최적화 모형을 풀어 정리하면 다음과 같은 자본 사용자 비용의 식을 얻는다¹¹⁾.

$$\frac{pF'}{q} = \frac{1-k-tz}{1-\tau} (\rho^1 + \delta) \quad (8)$$

단 여기서

$$\rho^1 \equiv (1-\beta) \frac{r-\pi(1-c)}{1-[\gamma\theta+(1-\gamma)c]} + \beta[(1-\tau)i-\pi] \quad (9)$$

이 식에 나타난 변수들은 다음과 같이 정의된다.

ρ^1 = 전통적인 견해하에서 법인세후 투자수익의 할인율
 β = 부채비율
 r = 자기자본에 대한 요구 수익률

11) 식 (8)의 도출에 관한 논의는 윤건영(1988) 참조.

π = 인플레이션율
 c = 자본이득세율
 γ = 배당성향
 θ = 배당소득세율

이 식에서 우변의 첫 번째 항은 개인소득세 전 명목수익률을 자기자본비중 $(1-\beta)$ 로 가중한 것이며 두 번째 항은 실질시장이자율을 β 로 가중한 것이다. 즉 자기자본에 대해서는 개인소득세 후 명목수익률 r 을 지급하고 차입금에 대해서는 시장이자율 i 를 지급하는 데 필요한 자본의 사회적 총 수익률이 ρ^1 이라고 할 수 있다.

2. 동일한 가정하에서 ACE 도입 후의 자본 사용자 비용

자기자본에 귀속될 수 있는 정상수익을 소득공제해 주는 조치를 본 연구의 모형에 도입하는 방법은 앞에서 살펴보았던 식 (7) 즉, 현금흐름 방정식을 다음과 같이 수정하는 것이다.

$$D + (1-\tau)iB + (1-k-\tau z)q(I + \delta K) = (1-\tau)pF(K) + b + S + \tau i(1-\beta)(1-k-\tau z)qK \quad (10)$$

식 (10)의 우변 마지막 항이 조정항이다. 이 항은 총자본 중 $(1-\beta)$ 가 자기자본이며 이 자기자본을 금액으로 평가할 때는 앞에서와 같은 취득가격을 적용한 것이다¹²⁾. 이 소위 자기자본 평가액에 시장이자율 i 를 적용한 것이 ACE

12) ACE제도가 도입되어도 투자세액공제나 가속상각 같은 인센티브는 그대로 유효할 수 있다. 한 가지 더 유의해야 할 것은 여기서 β 는 고정된 것으로 보지 않아도 아무런 문제가 없다는 것이다. ACE제도의 도입으로 자기자본 조달의 상대적 비용이 낮아지면 당연히 부채비율은 줄어들 것이다. 그러나 그것이 얼마나 줄어드느냐는 문제가 되지 않는다. 원천별 자본비용을 비교할 때 β 는 등장하지 않기 때문이다.

제도에 의한 소득공제액이다. 여기에 법인세율 (τ)을 적용해 준 만큼 캐시 플로우 수입이 늘어나는 효과가 생기는 것이다.

이 제약식을 이용해서 자본비용의 식을 도출하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{pF'}{q} = \frac{1-k-\tau z}{1-\tau} (\rho^2 + \delta) \quad (11)$$

단 여기서

$$\rho^2 \equiv (1-\beta) \left(\frac{r-\pi(1-c)}{1-[\gamma\theta+(1-\gamma)c]} - \tau i \right) + \beta[(1-\tau)i-\pi] \quad (12)$$

식 (11)은 ACE제도가 도입되었을 때의 기본 모형이라고 할 수 있다. 만일 자본이득에 대한 소득세율과 배당에 대한 소득세율이 같다면 즉 $c=\theta$ 라면 식 (12)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\rho^2 \equiv (1-\beta) [(r' - i) + (1-\tau)i - \pi] + \beta[(1-\tau)i - \pi] \quad (13)$$

단, 이 식에서 $r' = \frac{r}{(1-\theta)}$, 즉 주주의 세전 기대 수익률을 나타낸다. 이 식의 우변의 첫 항은 자기자본 조달과 관련된 할인율을 나타내며 뒷 항은 차입과 관련된 할인율을 나타낸다. 만일 $r' = i$ 라면 자기자본과 타인자본의 차이는 완전히 없어진다¹³⁾.

이 모형을 기초로 해서 신주발행과 사내유보에 의한 자본조달의 자본비용을 살펴보자. 우선 자본조달 경로를 신주발행만으로 국한하는 경우 그 수익은

13) CBIT를 도입하는 경우에도 자기자본 조달과 차입 조달간의 자본비용 차이는 위의 가정하에서 동일하게 없어진다. CBIT를 도입한 경우의 할인율은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\rho^{2'} \equiv (1-\beta) \frac{r-\pi(1-c)}{1-[\gamma\theta+(1-\gamma)c]} + \beta(i-\pi)$$

100% 배당이라는 경로를 통해서 주주에게 돌아간다. 배당성향 (γ)은 1이므로 ACE제도 도입 전후의 할인율은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\rho^3 \equiv \frac{r - \pi(1-c)}{1-\theta} \quad (\text{ACE제도 도입 전}) \quad (14)$$

$$\rho^{3'} \equiv \frac{r - \pi(1-c)}{1-\theta} - \tau i \quad (\text{ACE제도 도입 후}) \quad (15)$$

만일 앞에서 가정했던 것처럼 $r = i(1-\tau)$ 즉 주주의 기대수익이 소득세 후의 시장이자율과 같다면 신주발행시의 ACE제도 도입효과는 차입시의 할인율과 비교하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho^3 - [(1-\tau)i - \pi] = \tau i + \frac{(c-\theta)}{1-\theta} \pi \quad (\text{ACE제도 도입 전}) \quad (16)$$

$$\rho^{3'} - [(1-\tau)i - \pi] = \frac{(c-\theta)}{1-\theta} \pi \quad (\text{ACE제도 도입 후}) \quad (17)$$

식 (16)과 식 (17)을 비교해 보면 ACE제도 도입으로 할인율에서 τi 항은 조정되나 배당소득세율과 자본이득세율이 같지 않은 경우 식 (17)의 우변 항만큼 조정되지 않는 부분이 남게 된다. 인플레이션이 작거나 두 세율의 차이가 크지 않으면 이 부분은 작아진다. 일반적으로 자본이득세율이 배당소득세율보다 낮다고 한다면 식 (17)의 값은 0보다 작아진다. 다시 말해서 ACE제도가 자기자본 도입의 자본비용을 다소 과조정해 주는 결과를 가져온다고 할 수 있다.

다음에는 사내유보로 조달할 경우를 생각해 보자. 이 경우 배당성향은 0이 되므로 ACE제도 도입 전후의 할인율은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho^4 \equiv \frac{r - \pi(1-c)}{1-c} \quad (\text{ACE제도 도입 전}) \quad (18)$$

$$\rho^{4'} \equiv \frac{r - \pi(1-c)}{1-c} - \tau i \quad (\text{ACE제도 도입 후}) \quad (19)$$

앞에서와 같은 가정하에서 차입시의 할인율과 비교해 보면 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\rho^4 - [(1-\tau)i - \pi] = \pi + \frac{(c-\theta)}{1-\theta} i \quad (\text{ACE 도입 전}) \quad (20)$$

$$\rho^{4'} - [(1-\tau)i - \pi] = \frac{(c-\theta)}{1-\theta} i \quad (\text{ACE 도입 후}) \quad (21)$$

식 (20)과 식 (21)에서도 신주발행의 경우와 마찬가지로 ACE제도에 의한 조정이 완전하지 않음을 알 수 있다.

이 두 경우 모두 ACE제도가 도입된 후에도 차입에 의한 자본비용과 신주발행 및 사내 유보 등에 의해서 조달된 자본의 자본비용 간에 차이가 생기는 것은 결국 자본이득에 대한 세율과 배당에 대한 세율의 차이 때문에 발생하는 것임을 쉽게 알 수 있다. 이 차이는 자본이득에 대한 세율이 아주 낮고 배당에 대한 소득세율이 높을 경우 매우 커질 수 있다. 따라서 ACE제도를 도입할 경우 자본이득과 배당에 대한 세율의 차등을 두지 않는 것이 적어도 이론적으로는 바람직하다.

IV. 요약 및 결론

이 글에서 우리는 이른바 ACE제도의 논의 배경과 이론적 의미 그리고 자본비용 효과에 대해서 살펴보았다. 이 제도는 부분요소세인 법인세를 경제적 이윤에 대한 조세로 전환시킨다는 이론적 의미를 갖는다. 따라서 이 제도가 이상적인 상황에서 도입된다면 법인세로 말미암은 자원배분의 왜곡은 완전히 해소된다고 말할 수 있다.

그러나 현실적으로 ACE제도가 도입된다고 하더라도 감가상각회계가 정확한 경제적 감가상각을 반영하게 하는 것이 사실상 불가능하고 또 다른 정책적인 왜곡이 남아 있다. 그리고 무엇보다도 배당과 자본이득이 다른 세율로 과세될 경우 이 ACE제도가 자원배분의 왜곡을 제거하는 데는 현저한 한계에 부딪치게 한다. 특히 자기자본과 차입자본 간의 자본비용이 ACE제도의 도입으로 완전히 같아지기 위해서는 자본이득에 대한 세율과 배당에 대한 세율이 같아야 한다는 점이 자본비용의 분석에서 분명하게 나타났다.

이와 같은 한계가 있지만 ACE제도의 도입으로 법인소득세의 왜곡을 현저하게 줄이는 효과를 기대할 수 있다. 이 제도의 도입은 법인세 베이스의 현격한 축소를 가져오므로 다른 대체세제의 도입이 같이 이루어져야 한다. 따라서 근본적이고 구조적인 세제개편이 추진될 때 그 개편의 일환으로 ACE제도의 도입이 적극적으로 고려될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 곽태원, 「최근 미국의 근본적 세제개편 논의와 그 함의」, 『서강경제논집』 제27집 1호, 1998, pp. 37~60.
- 윤건영, 「자본소득과세와 자본의 배분」, 『한국조세연구』 제4권, 한국조세학회, 1988, pp. 122~158.
- Boadway, Robin and Neil Bruce, "A General Proposition on the Design of a Neutral Business Tax," *Journal of Public Economics* 24, 1984, pp. 231~239.
- Bond, Stephen R., "Levelling up or Levelling Down? Some Reflections on the ACE and CBIT Proposals and the Future of the Corporate Tax Base," in S. Cnossen ed., *Taxing Capital Income in the European Union*, Oxford University Press, 2000, pp. 161~179.
- Bond, Stephen R., and Michael P. Devereux, "On the Design of a Neutral

Business Tax under Uncertainty,” *Journal of Public Economics* 58, 1995, pp. 57~71.

Bordignon, Massimo, Silvia Giannini, and Paolo Panteghini, “Reforming Business Taxation: Lessons from Italy?,” *International Tax and Public Finance*, 8, 2001, pp. 191~210.

Institute for Fiscal Studies, “Equity for Companies: A Corporation Tax for the 1990s, A Report of the IFS Capital taxes Group,” IFS Commentary 26, 1991.

Sorenson, P. B., “From the Capital Tax to the Dual Income tax,” *Internal Tax and Public Finance* 1, 1994, pp. 57~80.

US Department of Treasury, *Integration of the Individual and Corporate Tax System: Taxing Business Income Once*, 1992.

要 約

최적 과세이론(the theory of optimal taxation)은 오랫동안 효율적인 간접세 부과에 관해 연구해 왔다. 연구 결과 가장 효율적이라 할 수 있는 방법은 간접세를 부과하되 세후 가격변화가 소비에 일으키는 왜곡을 최소화시키는 것임에 거의 합의가 이루어졌다. 그러나 간접세에 의한 가격 변동은 제품의 판매에 막대한 영향을 끼치므로, 기업은 자신에게 좀더 유리한 세율을 얻기 위해 정부의 결정에 깊숙이 관여할 유인이 있다. 따라서 자신의 이익을 보다 크게 만들기 위해 정부에 로비하는 기업들 간에는 첨예한 경쟁이 있을 수도 있다. 이러한 사고를 기초로 이 논문에서는 기업이 정부에 로비하는 상황에서 간접세 문제가 어떻게 될 것인가를 분석하려 한다.

본 논문에서는 한 대리인이 여러 명의 주인들(principals)에게 동시에 영향을 미치는 행동을 분석하는 공동대리인(common agency)모형을 이용하여, 로비에 참여하는 국내의 여러 기업들과 정부의 결정에 관해 살펴보고자 한다. 로비활동을 할 경우, 국내기업은 동종상품을 수출하는 외국기업에 비해 더 좋은 세율을 배정받아 가격 경쟁력을 얻을 수 있으므로 어쨌든 로비에 참여할 유인이 있다. 이러한 직관을 적용하여 우리는 각 국내기업의 상품에 간접세를 매기는 정부의 정책 결정 과정을 분석해 본다.

이 논문이 주요 관심사로 삼고 있는 진실한 균형을 도출한 후 수치해를 통해 균형의 안정성과 비효율성을 검토함으로써, 로비활동하에서의 간접세 부과가 '비교적' 효율적일 수는 있으나, 그것이 지닌 문제점 때문에 차선택에 불과하다는 사실을 보인다.

* 서울대학교 경제학부 교수.

I. 서론

최근 들어 각 정부는 간접세를 보다 적극적으로 사용하여 재정수입을 올리고 있다. 그동안 간접세가 소득분배에 역진적인 효과를 주기 때문에 세입의 수단으로서 꺼려왔던 것과는 상반된 일이라 할 수 있겠다. 이러한 변화를 잘 이해하기 위해서는 영국의 예를 살펴보는 것이 좋을 듯 싶다. 노동당 정권에 들어서면서 영국은 소득세나 인두세보다는 간접세를 통해 세수를 조달하기 시작하였고 적절하게 세수를 거둬들이는 데 성공했다. 대처 정부 시절 인두세의 사용으로 엄청난 조세저항을 일으켜 재정을 확보하지도 못하면서, 인두세가 미치는 역진적 효과로 인해 비효율까지 발생시키는 문제를 일으켰었다. 비록 간접세도 인두세와 마찬가지로 시장 전체적으로는 비효율을 야기하는 측면이 있기는 하지만, 국민의 반발을 최소화시키면서 재정자금 확충이란 정부의 선결과제를 해결할 수 있기 때문에 노동당 정부는 차선책으로 삼았을 것이며, 그러한 예상은 적중했다. 일반적으로도 각국의 정부는 국민들이 비교적 쉽게 받아들이는 간접세를 도입하여 차기 정권 수립을 도모하려는 경향이 있다 하겠다.

최적 과세이론(the theory of optimal taxation)은 오랫동안 간접세 부과에 있어 가장 효율적인 방법이 무엇인가를 찾아왔다. 램지(F. Ramsey, 1927)를 시초로 한 이 연구는 다이아몬드와 멀리즈(P. Diamond and J. Mirrlees, 1971)에 의해 생산에 있어서의 효율성을 이룩할 수 있는 최적 세율에 관하여 철저한 분석을 제공하기에 이르렀다. 정부가 간접세를 통하여 재정 수입을 올릴 유인이 있는 경우, 간접세를 부과되 세후 가격변화가 소비에 일으키는 왜곡을 최소화시키는 것이 가장 효율적인 방법일 것이다. 규범적인 최적 과세이론(the normative theory of optimal taxation)에서는 간접세 정책 결정과정에 있어서 중요한 또 한 가지 요소를 간과하고 있다. 간접세에 의한 가격 변동은 제품의 판매에 막대한 영향을 끼치므로, 기업은 자신에게 좀더 유리한 세율이 주어졌으면 하는 바람으로 정부의 결정에 깊숙이 개입할 유인을 갖고 있다.

뿐만 아니라 기업은 가능만 하다면 로비를 통해 정부의 지원까지도 얻기를 바라는지도 모른다. 그러므로 이익을 얻기 위해 정부에 로비하는 기업들 간의 첨예한 경쟁이 있음직도 하다. 이러한 사고를 기초로 이 논문에서는 기업이 정부에 로비하는 경우에 있어서의 간접세 문제를 분석하려 한다.

공동대리인(common agency)에 관련된 최근의 글들은 한 대리인이 여러 명의 주인들(principals)에게 동시에 영향을 미치는 상황을 고려하고 있다. 번하임과 윈스톤(Bernheim and Whinston, 1986)에 의해 최초로 개발된 이 공동대리인 모형에서는 여러 명의 주인이 공동의 대리인으로 하여금 더 선호하는 행동을 선택하게끔 하는 계약 메뉴(menu of contracts)를 제공한다고 가정한다. 공동대리인의 구조는 그로스만과 헬프만(Grossman and Helpman, 1994), 덕싯과 그로스만과 헬프만(Dixit, Grossman and Helpman, 1997) 그리고 덕싯(Dixit, 1996) 외 여러 학자들의 공동논문을 통해 정부의 여러 정책 사안들에 적용되었으며, 주로 내부거래 상황하에서 발생하는 사안들에 대해 관심이 모아졌다. 국내의 기업들은 로비를 통해 기부금을 납부함으로써 정부에 영향을 미치려 할 것이다. 로비활동을 하게 될 경우, 국내기업은 동종 상품을 수출하는 외국기업에 비해 더 좋은 세율을 배정받는 결과를 얻게 될 것이다. 이러한 직관을 적용하여 우리는 각 국내기업의 상품에 간접세를 매기는 정부의 정책 결정 과정을 분석해 보려 한다.

이 논문에서는 정부가 내린 하나의 결정이 여러 기업에 동시에 영향을 미치는 것을 모형을 통해 살펴보기 위해, 다음과 같은 전제를 세우려 한다.

우선 각 기업은 자신의 상품시장에서 독점기업이며, 이윤극대화 가격 설정을 한다. 그리고 간접세는 순이윤을 감소시키기 때문에, 기업은 간접세에 의해 감소된 이윤을 최소화시키기 위해 정부에 로비활동을 하려는 유인을 지니고 있다.

각 기업은 정부의 특혜를 입기 위해 서로 경쟁하므로, 로비에 사용되는 기부금의 액수는 외생적으로 결정될 수 없는 문제다. 공동 대리인 구조하에서는 로비활동에 참여하는 각 기업이 지닌 유인은 자신이 제공하는 계약메뉴만이 아니라, 경쟁하는 다른 기업의 계약메뉴에 의해서도 영향을 받는다. 그러므

로 로비를 통해 정부에 납부하게 될 금액의 계획은 내생적으로 결정해야 할 것이다.

본문에서는 다음의 순서대로 살펴보려 한다. 제Ⅱ절에서는 최적 상품세와 공동대리인 문제에 관한 참고문헌을 고찰한다. 제Ⅲ절에서는 이 논문에서 고려하고 있는 간접세 문제를 반영하는 공동대리인 모형을 세운다. 제Ⅳ절에서는 이 논문 분석의 준거가 될 수 있는 최적간접세 문제의 관점에서 분석을 제공한다. 제Ⅴ절에서는 이 논문이 주요 관심사로 삼고 있는 진실한 균형을 도출한 후, 제Ⅵ절에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. 문헌조사

최적 상품세를 둘러싸고 있는 두 가지 이론적 흐름을 살펴보면 다음과 같다.

우선, 경제정책의 규범적(normative) 측면을 살펴보자. 최적 상품세 이론(theory of optimal commodity taxation)은 현대 공공경제학(public economics)의 주요한 한 부분을 차지하고 있다. 램지(F. Ramsey, 1927)의 선구적 논문으로부터 사무엘슨(P. Samuelson, 1986)을 거쳐 다이아몬드와 멀리츠(P. Diamond and J. Mirrlees, 1971) 그리고 앳킨슨과 스티글리츠(A. Atkinson and J. Stiglitz, 1980)에 이르러 큰 발전을 이룩해 왔다.

최적 상품세 이론의 일반적 결과들 중의 하나는 정부가 모든 상품에 대한 세율을 변화시킬 수 있다면 매우 일반적 조건하에서 ‘생산의 효율성’(production efficiency)이 달성될 수 있음을 보여주고 있다. 최적 상품세 이론은 경제정책 분석의 규범적 전통에 속한다. 즉 정부의 경제정책이 머그손-사무엘슨(Bergson - Samuelson) 유형의 사회후생함수(social welfare function)를 극대화시키고 있음을 가정하고 있기 때문이다.

다음으로, 경제정책의 실증적(positive) 측면을 살펴보자. 최근 경제정책 결정과정(policy making)에 대한 실증적 이론(positive theory)에 관한 연구가 큰

관심을 끌고 있다. 즉, 정책이 결정되는 ‘정치적 과정’(political process)을 분석하는 데 그 초점이 맞추어지고 있다. 그리고 이러한 정치적 과정의 ‘균형’에 의해 정책이 입안·형성되고 있음을 보여주고 있다. 대표적인 실증적 이론으로서 그로스만과 헬프만(G. Grossman and E. Helpman, 1994) 그리고 덕싯(A. Dixit, 1996) 모델을 들 수 있다. 그로스만과 헬프만의 모델에 의하면 조직화된 특수이익집단들(organised special interest groups)은 현 정부가 자기들에게 유리한 무역세(trade taxes) 또는 무역보조금(trade subsidies)을 선택하도록 유인하기 위하여 선거기부금을 내고 있다고 가정하고 있다. 그 결과 유도되는 ‘정치적 균형’(political equilibrium)에서 관세율(tariff rates)은 다음 두 가지 특징을 가지게 된다. 첫째, 국내 생산 수준이 ‘높은’ 상품의 경우 관세율이 ‘높다’, 둘째, 수입 수요 탄력성이 ‘낮은’ 상품의 경우 관세율이 ‘높다’. 이러한 결과로 생산의 효율성이 달성되지 않을 수도 있음을 보여주고 있다).

덕싯의 모델은 ‘내생적인 정책’(endogenous policy) 모델을 분석함으로써 그로스만-헬프만 모델을 일반화시키고 있다. 그 결과 덕싯은 ‘규범적인 최적 과세이론’(normative theory of optimal taxation)에 대응되는 개념으로서 ‘실증적인 최적 과세이론’(positive theory of optimal taxation)을 제안하고 있다. 덕싯 연구의 결과 역시 생산의 효율성이 달성될 수 없음을 보여주고 있다. 특히 ‘정치적 균형’은 어떤 의미에서는 ‘경제적으로 최적인 정책’(economically optimal policy)과 상반될 수 있음을 보여주었다. 덕싯의 일반적 결과들은 다음과 같다.

첫째, 특수이익집단들은 ‘생산자 가격’(producer prices)을 조작함으로써 이득(gain)을 얻을 수 있다. 둘째, 특수이익집단들은 ‘소비자 가격’(consumer prices)을 조작함으로써 이득을 얻을 수 있다. 셋째, 일반적으로 생산자 가격조작(즉, 국내 생산자 가격과 세계시장 가격과의 차이) 요인이 소비자 가격조작(즉, 국내 소비자 가격과 세계시장 가격과의 차이) 요인보다 더 클 것이다. 특히 현실세계에서 특수이익집단들은 소비에 있어서 기호(tastes in consumption)의 차이보다는 소득원천(sources of income, 즉, 특수한 생산요소의 소유)의 차이

- 1) 전통적인 다이아몬드-멜리츠 모델의 경우 최적 상품세는 생산의 효율성을 달성하고 있다.

에 의해서 자주 구별되고 있음을 볼 수 있다.

세 번째로, 그로스만-헬프만 모델과 덕싯 모델의 차이점을 살펴보자. 먼저 그로스만-헬프만 모델의 경우 모든 소비자들은 동일한 선호를 가지고 있으며 그 결과 특수이익집단들은 소비자 가격을 변화 및 조작시킬 이유가 없다. 즉 그들은 '생산효과'만을 고려하고 있다. 그러나 관세율이 유일한 정책수단이기 때문에 조직화된 특수이익집단들은 '관세정책'만을 이용하게 된다²⁾.

반면에 덕싯 모델의 경우 생산과 소비효과를 분리해서 분석하고 있다. 그 결과 소비자의 선호가 동일한(identical tastes) 경우에도 정치적 균형은 관세정책보다는 '생산보조금'(production subsidies)정책을 유도하고 있다. 물론 현실 세계에서 소비자들은 각각 다른 선호를 가지고 있다. 그러나 이러한 선호의 차이들이 존재하더라도 정치적 균형에서는 관세정책을 사용하지는 않을 것이다. 실제로 현실세계에서는 관세정책뿐만 아니라 다른 무역보호정책 수단들 - 예를 들면, 소비세나 생산보조금 정책 등 - 이 사용되고 있음을 흔히 볼 수 있다.

마지막으로, 그로스만-헬프만과 덕싯 모델들은 번하임과 윈스톤(B. Bernheim and M. Whinston, 1986)이 제안한 '공동대리인'(common agency) 문제의 하나에 속한다. 즉, 각 조직화된 로비집단들은 '주인들'(principals)로서 활동하며 정부정책에 영향을 미치기 위하여 기부금(contributions)을 내려 한다. 기부금은 정부정책의 함수들이다. 그리고 정부는 로비집단들의 공동대리인으로서 활동하며, 정부의 목적함수를 극대화하는 정책들을 선택·결정한다. 특히, 덕싯은 정책변수들로서 '국내 생산자 가격'뿐만 아니라 '국내 소비자 가격'을 포함시킴으로써 그로스만-헬프만 모델을 확장시키고 있다.

Ⅲ. 모 형

정부가 간접세를 통해 공공지출 자금을 마련하는 경제를 상정하자.

2) 관세정책을 달리 말하면 소비세와 생산보조금이 정확히 '동일한 울'로 부과되는 것을 의미한다.

이 경제 내에는 서로 다른 상품을 생산하는 두 기업이 존재하며, 이들은 독점기업으로서 우하향하는 수요곡선에 직면하고 있다. i 번째 기업($i=1,2$)의 역수요함수는 $p_i=a_i-b_i-q_i$ 이고, 한계비용은 상수 c_i 이다. 각 기업은 자신이 생산하는 상품에 부여되는 간접세율을 유리한 수준으로 조정하기 위해서 로비활동을 통해 정부에 돈을 지불하려 한다. i 번째 기업은 로비를 통해 기부할 금액에 관한 메뉴를 $l_i(t_1, t_2)$ (단, t_i 는 i 기업의 간접세율을 나타낸다)와 같은 방식으로 만든다. 왜냐하면 각 기업은 로비 계획을 세우는 데 있어 자신의 경쟁 기업의 세율에 의존하게 되는데, 이는 회사가 정부에 지불하려는 금액에 반영되기 때문이다. 우리가 살펴보고자 하는 이 로비게임(the lobbying game)에서는 정부에 의한 보조금 지금은 없다고 가정하기 위해, $l_i(t_1, t_2) \geq 0$ 이라 하자.

기업은 정부에 로비활동을 통해 기부금을 납부함으로써, 간접세를 지급한 후의 순이익을 극대화하려 한다고 보자. 기업이 풀게 되는 최적화 문제는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{Max}_{l_i} \pi_i(t_1, t_2, l_i(t_1, t_2), l_{-i}(t_1, t_2)) \\ & = \text{Max}_{l_i} \text{Max}_{p_i} (1-t_i)p_i q_i - c_i q_i - l_i(t_1, t_2) \end{aligned} \quad (1)$$

정부는 간접세 하나만으로 세수를 마련한다고 가정하자. 정부는 기업으로부터 거두어들인 세금을 가지고, 공공재 공급에 사용하고 로비활동을 통해 기업이 정부에 지불하는 돈은 공공재 공급에 직접 쓰이는 것은 아니지만 정부의 효율을 높이는 역할을 한다고 하자³⁾. 정부는 공공지출의 목표액을 G 로 정하고 균형재정을 맞추기 위해 노력한다고 가정하자. 실제 지출액이 목표한 금액보다 많거나 적을 경우에는 균형재정을 달성할 수 없기 때문에 두 가지 경우 모두 정부의 효율을 낮추는 결과를 낳는다. 간접세를 통한 세수와 기부금 수입은 정부의 효율에 미치는 영향이 다르므로, 분리해서 생각할 필요가 있을 것

3) 만일 그렇지 않다면 정부는 기업의 로비를 받아들일 유인이 없기 때문이다.

이다. 위의 가정을 이용하여 정부의 목적함수를 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(R, L, G) = - (G - R)^2 + L$$

$$\text{(단, } R = \sum_{i=1}^2 t_i p_i q_i \text{이고, } L = \sum_{i=1}^2 l_i \text{이다)}$$

기업이 로비활동을 통해 정부에 돈을 납부하고, 정부는 기업이 상납한 돈의 액수를 토대로 간접세율을 결정하는 게임하에서의 기업과 정부의 전략적 선택을 분석하려 한다.

게임을 보다 잘 살펴보기 위하여 다음과 같은 가정을 하여 보자. 먼저 1단계로 기업들이 얼마를 정부에 납부할 것인지를 동시에 결정한다고 가정하자. 기업은 효율적으로 조직한 계약메뉴를 정부에 제공하는데, 이 메뉴가 바로 각 기업이 자신과 경쟁 기업의 세율에 따라 납부하려는 금액을 반영한 것이다. 이렇게 기업의 선택이 주어진 다음에, 2단계에서는 정부가 각 기업의 상품에 매길 간접세율을 결정한다고 하자.

이 게임에서의 균형을 푸는 데 있어 겪게 되는 어려움은 각 기업의 로비 금액과 두 기업의 세율 사이에 전략적 관계가 있기 때문이다. 만일 상대방 기업이 로비 금액을 적게 지불하려 한다면, 기업은 정부에 많은 돈을 지불하지 않고서도 자신이 생산하는 상품에 낮은 세율을 적용해달라고 설득할 수 있다. 반대로 상대방이 로비 금액으로 큰 액수를 지불하려 한다면, 종전의 상황에 지불하려 했던 돈 가지고는 절대로 낮은 세율을 얻지 못할 것이다. 그러므로 기업의 세율은 자신의 로비 금액뿐만이 아니라, 상대방의 로비 액수에도 의존하게 되는 것이다. 이 모델의 전개형 게임 구조는 로비 금액에 따라 세율을 정하는 동시에, 세율에 관한 정확한 예측에 기초하여 로비 금액을 결정하게끔 한다.

이 전개형 게임에서는 部分게임 完全均衡(SPNE: subgame perfect Nash equilibrium)을 가지고 해를 구하게 될 것이다. 정부가 두 기업이 제공한 메뉴를 가지고 목적함수를 최적화하는 세율을 결정할 것임을 알고, 기업은 의사를 결정한다. 게임의 균형은 다음의 로비 금액 함수 $\{l_1(t_1, t_2), l_2(t_1, t_2)\}$ 와 간접세율

벡터 $\{t_1, t_2\}$ 로 구성된다. 다시 한번 강조하지만, 기업의 균형 전략은 정부와 경쟁 기업의 전략적 선택에 대한 최적 대응이어야 한다.

다음의 보조정리 1(lemma 1)에서는 주어진 세율하에서 기업이 어떻게 최적 생산량을 결정할지를 보인다.

<보조정리 1> 주어진 세율 t_i 하에서, i 번째 기업은 로비전 이윤 $\frac{(c_i - a_i(1 - t_i))^2}{4b_i(1 - t_i)}$ 을 얻기 위해 $q_i = \frac{a_i - c_i - a_i t_i}{2b_i(1 - t_i)}$ 만큼 생산한다.

<증명> 주어진 기업의 수요곡선하에서 기업의 이윤극대화 1계조건에 따라 위 식이 유도된다.

위의 보조정리 1은 세율에 따라 기업의 최적 생산량 결정이 달라짐을 보여준다.

로비 활동이 허용된 상황하의 게임의 균형을 분석하기에 앞서, 우선 로비는 금지되어 있고, 정부는 소비자 후생 극대화를 목표로 두고 있는 경우를 본 모형에 대한 기준을 제시하는 경우를 통해 살펴보도록 하자.

IV. 표준가격 : 램지의 조세정책(Benchmark : Ramsey Tax Policy)

최적 과세이론(optimal taxation theory)은 상품에 부과하는 세금으로부터 정부가 세수를 거둬들이는 경우, 가장 효율적인 방법은 램지의 조세정책을 따르는 것이라고 제시한다. 정부가 공공지출을 제약으로 삼아 소비자 후생을 극대화하는 문제를 고려해 보도록 하자. 로비가 허용되지 않을 경우의 균형을 램지의 조세법칙(the Ramsey tax rule)에 접목시켜 살펴보기 위하여, 램지가 사용했던 것과 같은 구조의 모형을 상정하기로 한다. 경제 내에 두 가지 상품이 존재하고, 정부는 상품에 대해 간접세를 부과한다. i 번째 기업의 상품을 x_i 라고 하고, 소비자 전체의 효용을 대변하는 총효용함수(the aggregate utility

function)는 $u(x_1, x_2)$ 라 하자. 효용극대화 결과 얻어진 경제의 간접 효용함수를 $v(p_1, p_2)$ 라 하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & v(p_1 + \tau_1, p_2 + \tau_2) \\ &= \max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2) \quad s.t. \quad (p_1 + \tau_1)x_1 + (p_2 + \tau_2)x_2 \leq I \end{aligned} \quad (2)$$

(단, τ_i 는 재화 한 단위당 상품세를, I 는 총소득을 나타낸다)

주어진 소비자의 효용극대화 결과를 가지고, 정부는 다음의 최적화 문제를 푼다.

$$\begin{aligned} & \max_{\tau_1, \tau_2} v(p_1 + \tau_1, p_2 + \tau_2) \\ & s.t. \quad \tau_1 x_1 + \tau_2 x_2 \geq R \end{aligned} \quad (3)$$

(단, R 은 공공지출을 위해 요구되는 수입을 뜻한다.)

경제의 램지 조세법칙은 식 (3)의 해다.

<정리 1> 소비자의 후생을 최대화하는 최적 상품세는 다음과 같다.

$$t_i = -\frac{\gamma}{\varepsilon} \quad (4)$$

(단, γ 는 상수이고, ε 은 수요탄력성이다)

<증명> 식 (3)의 1계조건은 다음과 같다.

$$-\frac{\partial}{\partial \tau_i} v(p_1 + \tau_1, p_2 + \tau_2) + \lambda \left(x_i + \tau_i \frac{\partial x_i}{\partial (p_i + \tau_i)} \right) = 0 \quad (5)$$

여기서 λ 는 공공지출 제약식의 라그랑지 승수이다. $v(p_1 + \tau_1, p_2 + \tau_2)$ 는 식 (2)의 해이므로, 식 (2)의 편미분값을 구하기 위해 포락선 정리(envelope theorem)를 적용하겠다.

$$\frac{\partial}{\partial \tau_i} u(p_1 + \tau_1, p_2 + \tau_2) = -\mu x_i \quad (6)$$

(단, μ 는 식 (2)의 라그랑지 승수이다)

식 (6)을 식 (5)에 대입하면 다음을 얻게 된다.

$$t_i = \frac{\tau_i}{p_i + \tau_i} = \frac{\mu - \lambda}{\lambda} \epsilon^{-1} \quad (7)$$

$\frac{\mu - \lambda}{\lambda} = \gamma$ 라 잡음으로써, 증명을 마친다.

램지의 조세법칙은 세율이 각 상품의 수요탄력성에 따라 결정되어야 함을 보인다. 이 결과가 담고 있는 직관을 살펴보면 위의 사실을 이해하기가 더 쉬워질 것이다. 균형에서 소비자의 선호로 대표되는 정부는 세금 부과에 의해 벗어난 (비)효용을 균등화하려 하며, 이러한 태도는 각 상품의 수요탄력성을 통해 반영된다. 이 결과는 최적 조세가 소비자의 최종소비 결정에 각 상품의 중요도가 어떻게 반영되었는지를 보인 것이라 하겠다.

V. 진실한 균형(Truthful Equilibrium)

로비활동이 허용되는 경제로 다시 돌아가자.

표준가격이 얼마인지가 주어진 상황에서, 기업이 로비활동을 통해 정부에 돈을 납부하는 것이 가능하며, 이 돈은 정부의 효용 증대를 가져온다고 하자.

다음의 정리 2는 균형의 성격을 임시적으로나마 보여준다.

<정리 2> 다음의 두 가지 조건을 만족할 때,

1. $t_i^* = \arg \max_{t_i} u(R, L, G) = -(G - R)^2 + L$ (단, $i=1, 2$)
2. $(t_i^*, l_i^*) = \arg \max_{t_i, l_i} \pi((t_1, t_2), l_i(t_1, t_2), l_i^*(t_1, t_2))$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & u(R, (l_i^*(t_1, t_2), l_{-i}^*(t_1, t_2)), G) \\ & \geq \sup u(R, (0, l_{-i}^*(t_1, t_2)), G). \end{aligned}$$

로비계획 벡터 $\{l_1^*(t_1, t_2), l_2^*(t_1, t_2)\}$ 와 세율 벡터 $\{t_1^*, t_2^*\}$ 가 균형이다.

위의 정리는 균형을 정의로부터 도출된 것이므로, 증명을 생략한다.

정리 2의 첫 번째 조건은 로비계획이 주어진 상황에서 각 기업의 상품에 대한 최적 세율은 바로 균형에서의 세율임을 나타낸다. 두 번째 조건은 균형에서의 기업의 메뉴가 기업에 로비활동이 허용되지 않을 경우의 보수와 무관하게 결정되어야 함을 보인다. 즉 기업은 기본적인 주인-대리인 문제(the standard principal agent problem)에 있어서, 로비활동이 허용되는 경우의 균형은 적어도 로비가 금지되어 있던 상황에서의 균형의 보수를 기업과 정부 모두에게 주는 것이어야 한다. 이 조건은 게임의 경기자에게 주어질 잠재적인 이익이 어떻게 결정되어야 하는가를 보이는 데 주요한 역할을 한다.

또한 정리 2의 두 번째 조건은 각 기업의 최적 상품세율과 최적 로비 금액은 정부의 효용을 제약식으로 놓고 균형임을 나타낸다. 여기서 제약식에 관해 좀더 살펴보도록 하자. 이 제약 조건은 균형에서 모든 기업이 균형 로비 금액만큼 정부에 납부하는 것은 정부에게 어떤 한 기업이 전혀 로비를 하지 않는 것과 같거나 그보다 높은 효용을 얻게 해준다는 것을 뜻한다. 즉 균형에서 로비활동이 발생한다는 것이 정부의 입장에서 보면 최소한 무차별하거나 혹은 더 높은 효용을 가져온다는 것을 의미한다 할 수 있겠다.

다시 말해 정리 2의 두 조건은 균형세율이 정부의 효용을 극대화시키는 최적 세율이며, 균형에서 기업의 로비가 정부의 효용을 늘리는 방향으로 나타남을 보여준다. 비록 정리 2는 균형이 충족해야 하는 조건을 분명하게 밝힌 것이기는 하지만, 균형이 유일함을 보이는 것은 아니다. 공정한 게임을 이끄는 균형을 유일하게 선택하기 위해서, 앞으로의 분석에 있어서는 진실한 균형개념을 적용하도록 하겠다.

이제 기업에 유리한 세율을 얻기 위해, 정부에 영향력을 미치는 로비게임의 균형을 풀어보자. 정리 2에서 보였듯이 균형을 이루려면 적어도 로비에 참여하지 않았을 때의 수준으로 기업에게 보수를 제공해야 한다. 이러한 사실이 균형이 될 수 있는 가능 전략 집합의 범위를 좁혀주지만, 하나로 만들어주는 것은 아니기 때문에 여전히 여러 개의 균형이 존재할 수 있다.

진실한 균형의 개념은 공동대리인 문제에 관한 번하임과 윈스틴(1986)의 공동 논문에 의해 발전되었다. 게임에 있어서의 진실한 전략이 무엇인지를 정의하는 것으로부터 논의를 시작하기로 한다.

<정의 1> 다음 조건이 만족될 때, 로비계획 $l_i((t_1, t_2), u^*)$ 은 상수 u^* 에 따라 결정되는 값으로 진실(truthful)하다.

$$l_i((t_1, t_2), u^*) = \min \left\{ \bar{l}_i(t_1, t_2), \max[0, \phi_i((t_1, t_2), u^*)] \right\} \quad (8)$$

여기서 \bar{l}_i 는 최대 가능 보수이고, ϕ_i 는 다음 식에 의해 내재적으로 결정되는 값이다.

$$\pi((t_1, t_2), (\phi_i((t_1, t_2), u^*), l_{-i}((t_1, t_2)), u^*)) = u^*$$

ϕ_i 는 기업의 효용을 주어진 수준에서의 값으로 만들어주는 보상변화임을 주목하자. 따라서 진실한 전략에 있어서의 경쟁은 주어진 상수 u^* 에 상응하는 기업의 균형보수를 결정하는 역할을 한다. 진실한 전략(truthful strategies)의 정의에 따라 다음과 같이 진실한 균형(truthful equilibrium)을 정의할 수 있다.

<정의 2> 진실한 균형은 모든 지불함수(즉, 기업의 로비계획)가 균형 후생 수준에 상대적으로 진실한 수준에서의 균형이다.

진실한 균형의 가장 중요한 특성은 로비게임에 참가하는 주인들의 파레토 우월 균형(Pareto dominant equilibrium)을 해로서 선택한다는 점이다. 이러한

이유에서 균형은 로비활동을 통해 자금을 지출하려는 조직화된 형태의 그룹들 모두에게 효율적이다. 그러나 이것은 로비활동에 참여하지 않은 경제주체들까지 고려했을 경우까지 사회적 최적이 됨을 의미하는 것은 아니다. 그러나 본 모형에서와 같이 두 기업만이 로비에 참여하는 경우에는 예외적이기는 하지만, 진실한 균형은 그 조직화된 그룹 안에서 적절하게 구성된 하부연합(sub-coalitions)의 거부에 의해 균형이 깨어지는 경우가 발생하지 않을 정도로 강한 균형이다.

기업의 최적 생산량 결정이 비선형으로 나타나기 때문에 우리는 균형세율을 닫힌 형태의 해(closed form solution)로 얻을 수 없다. 그러나 덕шит, 그로스만 그리고 헬프만(1997)의 공동연구 결과를 적용하여, 매개변수의 범위에 따른 수치해(numerical solution)를 얻도록 하겠다.

덕шит, 그로스만 그리고 헬프만의 보조정리 1부터 정리 44)에 이르는 논의들은 최적 세율이 다음의 식으로부터 얻어질 수 있음을 함축하고 있다.

$$t_i^* = \arg \max_{t_i} t_i - (G-R)^2 + \sum_{i=1}^2 [(1-t_i) p_i q_i - c_i q_i] \quad (9)$$

(단, $R = \sum_{i=1}^2 t_i p_i q_i$)

위 식은 균형에서 기업의 이윤은 0이 된다는 것을 내포한다. 진실한 균형은 정부는 기업의 상품에 최적 세율을 매기는 동시에 자신의 효용을 극대화한다는 것을 의미한다. 그러기 위해서는 정부는 기업으로부터 최대한의 로비 금액을 징수해야 할 것이다. 결국 정부는 기업으로부터 자신이 지불할 수 있는 최대 금액, 즉 이윤이 0이 되는 수준까지 로비를 하도록 요구할 것이다.

식 (9)를 이용하여 기업의 수요함수와 한계비용의 매개 변수들이 구체적인 값으로 주어졌을 때, 실제의 지출액과 세율, 탄력성이 어떻게 결정되는지를 살펴해보도록 하겠다.

먼저 두 기업의 한계비용은 각각 1이고, 1번째 기업의 역수요함수는

4) 덕шит과 그로스만 그리고 헬프만(1997)의 공동논문의 p. 762 참조

$p_1 = 15 - q_1$ 이라 고정해 놓자. 그런 다음 2번째 기업의 역수요함수 $p_2 = a_2 - q_2$ 의 a_2 값을 변화시켜 가며 실제 지출액(R)과 균형 간접세율 (t_1, t_2)이 어떻게 결정되는가를 구해 놓은 것이 <표 1>이다. a_2 의 증가에 따라 t_1 의 값은 비교적 급속하게 감소하지만, t_2 의 값은 증가하다가 감소하는 추세를 나타내며 그 기울기는 더 완만하다. a_2 가 15일 때 두 기업의 수요곡선이 동일해지므로, 세율도 동일하게 나타낸다([그림 1]참조).

<표 1> a_2 변화에 따른 실제 지출액과 세율 등의 변화

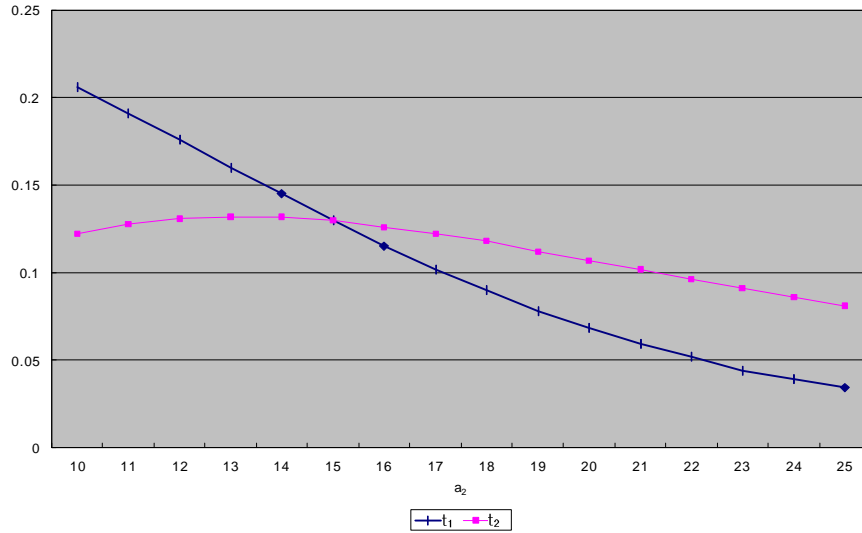
a_2	R	t_1	t_2	e_1	e_2
10	14.4982	0.206	0.122	1.183	1.257
11	14.4984	0.191	0.128	1.180	1.233
12	14.4986	0.176	0.131	1.176	1.212
13	14.4988	0.160	0.132	1.172	1.195
14	14.4990	0.145	0.132	1.169	1.179
15	14.4991	0.130	0.130	1.166	1.166
16	14.4993	0.115	0.126	1.163	1.154
17	14.4994	0.102	0.122	1.160	1.144
18	14.4995	0.090	0.118	1.158	1.134
19	14.4996	0.078	0.112	1.156	1.126
20	14.4996	0.068	0.107	1.154	1.119
21	14.4997	0.059	0.102	1.153	1.112
22	14.4997	0.052	0.096	1.151	1.106
23	14.4998	0.044	0.091	1.150	1.100
24	14.4998	0.039	0.086	1.149	1.096
25	14.4998	0.034	0.081	1.148	1.091

주: R는 실제 지출액, t_i 는 i 번째 기업의 세율, e_i 는 i 번째 기업의 수요탄력성.

a_2 가 15일 때, 로비활동이 어떻게 될 것인가를 한 번 생각해 보자. 정부가 각 기업의 세율을 임의로 0.20이라고 정했다고 하자. 이때 기업의 이윤은 37.813⁵⁾

5) $(1 - t_i)p_i q_i - a_i = 0.8 \times 8.125 \times 6.875 - 6.875 = 37.813$

〔그림 1〕 a_2 의 변화에 따른 간접세율의 변화



으로, 균형세율이 0.13일 때 이윤 41.725⁶⁾보다 3.912만큼 줄어들게 된다. 각 기업이 세율을 0.13으로 줄이기 위해서 로비활동을 벌이려 한다면, 기업은 정부에 최대 3.912를 지불할 용의가 있을 것이다⁷⁾. 정부가 최대 로비금액을 받아들여 기업이 요구하는 바대로 세율을 0.20에서 0.13으로 낮춰준다면, 실제 지출액이 22.3438⁸⁾에서 14.49919⁹⁾로 감소하게 된다. 그렇게 될 경우 정부의 효용은 -53.9343에서 3.6611로 증가한다. 그러나 기업은 정부가 이러한 로비를 받아들이기만 하면, $-(R-G)^2$ 의 항목이 줄어들어 효용이 증대되어 정부에게도 이익이 된다는 것을 알고 있기 때문에 최대한 적은 액수로 로비를 하고 싶어할

6) $(1 - t_i) p_i q_i - q_i = 0.87 \times 8.075 \times 6.925 - 6.925 = 41.725$

7) 기업은 세율이 0.20일 때는 37.813의 이윤을 얻고, 세율이 0.13일 때는 41.725의 이윤을 얻는다. 만일 세율을 0.13으로 낮추기 위해서 이윤의 차이 3.912 이상을 지불해야 한다면 기업은 로비를 할 유인이 사라지게 된다. 따라서 최대 지불 금액은 3.912가 된다.

8) $R = \sum_{i=1}^2 t_i p_i q_i = 2 \times 0.20 \times 8.125 \times 6.875 = 22.3438$

9) <표 1> 참조.

것이다. 그러나 경쟁기업이 자신보다 높은 금액을 로비 자금으로 책정했다면 경쟁기업보다 적은 액수로는 원하는 세율을 얻어내진 못할 것이다. 특히 로비 경쟁이 치열한 경우라면 이윤 증가분의 거의 대부분을 로비에 사용해야만 원하는 세율을 얻게 될 것이다. 이러한 과정에서 자원 배분의 비효율이 발생한다. 로비에서 오가는 돈은 사회적 후생 증대에는 전혀 도움을 주지 않으므로 자원의 낭비일 뿐이다. 그러나 정부의 입장에서는 처음부터 균형세율을 책정하기보다 기업으로부터 로비를 받아 균형세율로 바꿔주는 편이 효용의 측면에서 더 유리하다. 따라서 정부는 로비활동이 허용될 경우 일부러 높은 세율을 기업에 부과할 유인이 있는 것이다. 자신의 효용을 확대시키려 하는 정부의 유인과 자신이 원하는 수준의 세율을 얻으려는 기업들 간의 경쟁이 사회적 비용을 낳는 자원의 낭비를 가져와 시장 전체적으로 효율성을 저하시킬 수 있다.

여기서 주목해야 할 점은 정부가 기업의 세율을 균형수준 미만으로는 정하지 않는다는 점이다. 만일 정부가 처음부터 균형수준 미만의 세율을 기업에 부과하면 실제의 지출액과 목표 지출액 사이의 격차가 증가하여 정부의 효용은 감소한다. 이 경우 기업은 균형수준 미만의 낮은 세율이 자신의 이윤을 증대시키므로, 그대로 받아들여야 할 것이고 정부는 로비로부터의 이익을 전혀 얻지 못한 채 손해만 보게 된다. 따라서 정부에게는 균형수준보다 높은 세금을 부과할 유인은 있지만 낮은 세금을 부과할 유인은 없다. 또한 로비가 허용되더라도 균형수준 미만으로는 세율이 낮아지지 않을 것이다. 가령 각 기업이 세율을 0.10으로 낮추기 위해 로비를 하려 한다고 하자. 이때 지불할 용의가 있는 최대 금액은 1.6779가 될 것이다¹⁰⁾. 정부가 기업이 요구하는 바대로 세율을 0.13에서 0.10으로 줄여주는 대신 최대 로비 금액을 받아들일 경우, 실제 지출액은 14.4991에서 11.1883으로 감소하게 된다. 이때 정부의 효용이 -11.1735¹¹⁾인데, 이는 세율을 그대로 유지할 경우의 효용 -0.2509¹²⁾보다 줄어든 값이

10) 기업은 세율이 0.13일 때는 41.7249의 이윤을 얻고, 세율이 0.10일 때는 43.4028의 이윤을 얻는다. 만일 세율을 0.10으로 바꾸기 위해서 이윤의 차이 1.6779 이상을 지불해야 한다면 기업은 로비를 할 유인이 사라지게 된다. 따라서 최대 지불 금액은 1.6779가 된다.

다. 따라서 정부는 그러한 로비를 받아들이지 않으려 할 것이므로, 기업의 로비가 성사되지 않을 것이다. 세율은 균형수준 미만으로 낮아질 수는 없다. 이러한 점에서 진실한 균형은 파레토 우월 균형이라 볼 수 있다.

기업간 시장수요가 보다 일반적인 경우에 각 기업의 세율이 어떻게 결정되는지를 알아보기 위해, a_2 가 10일 때를 살펴보자. 이때 정부가 각 기업의 세율을 0.25란 값으로 임의로 정했다고 하자. 이때 1번째 기업의 이윤은 35.0208이고, 2번째 기업의 이윤은 14.0883이다¹³⁾. 각 기업이 균형수준(1번째 기업은 0.206, 2번째 기업은 0.122)으로 세율을 낮추기 위해 로비활동을 벌인다면, 1번째 기업은 2.4565, 2번째 기업은 3.1514를 최대 지불할 용의가 있을 것이다. 정부가 최대 지불 가능한 로비금액을 받아들여 세율을 균형수준까지 낮춘다면, 실제 지출액이 20.090에서 14.4982로 감소하여 정부의 효용은 -25.9109에서 5.3570으로 증가한다. 그러나 기업은 정부가 이러한 로비를 받아들이기만 하면, $-(R-G)^2$ 의 항목이 줄어들어 정부의 효용이 증대된다는 것을 알고 있기 때문에 로비액을 최대한 줄여보려 할 것이다. 그러나 경쟁기업이 로비 자금을 얼마로 할지 모르기 때문에 선불리 낮은 액수를 책정할 수는 없다. 기업이 참여한 경쟁상황 속에 놓여 있다면, 로비에 사용해야 하는 돈은 더욱더 증가할 것이다. 기업의 수요곡선이 다른 일반적인 경우에도 로비에 의해 비효율이 발생하기는 마찬가지다.

기업간 시장수요가 다른 경우에도 정부가 기업의 세율을 균형수준 미만으로 정하지는 않는다. 효용의 감소만 가져오므로, 정부에겐 균형보다 낮은 세율을 부과할 유인은 없다. 또 로비가 허용되더라도 각 기업의 균형세율 미만으로 세율이 낮아지는 않을 것이다. 분석의 편의를 위해 1번째 기업만 로비활동을 한다고 하자. 1번째 기업이 0.15로 세율을 낮추려 한다면, 이때 지불할 용

$$11) -(G-R)^2 + \sum_{i=1}^2 l_i = -(15-11.1883)^2 + 2 \times 1.1679 = -11.1735$$

$$12) -(G-R)^2 = -(15-14.4991)^2 = -0.2509$$

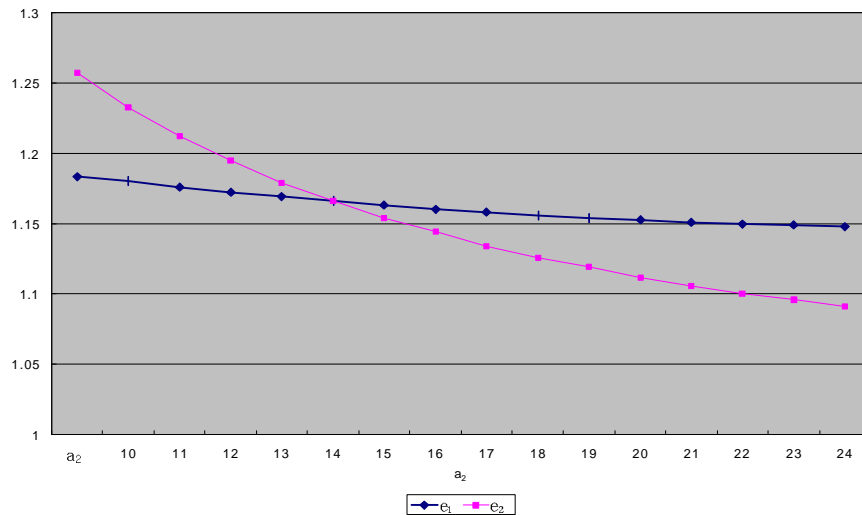
$$13) (1-t_1)p_1 a_1 - a_1 = (1-0.25)(8.167)(6.833) - 6.833 = 35.0208$$

$$(1-t_2)p_2 a_2 - a_2 = (1-0.25)(5.667)(4.333) - 4.333 = 14.0833$$

의가 있는 최대 금액은 3.1293이 될 것이다. 정부가 1번째 기업이 요구하는 바대로 세율을 0.206에서 0.15로 줄여준다면, 실제 지출액이 14.4982에서 11.3960으로 감소하게 된다. 1번째 기업이 로비금액을 최대한으로 지불한다고 하더라도, 정부의 효용은 -9.8593이 되어, 종전의 -0.2518보다 줄어들게 된다¹⁴⁾. 따라서 정부는 기업이 최적상품세율보다 낮은 수준까지 세율을 낮추려고 하더라도 효용을 감소시키기 때문에 로비를 받아들이지 않으려 할 것이며, 그러한 까닭으로 기업의 로비가 성사되지 않을 것이다. 그런 이유에서 진실한 균형의 해는 파레토 우월 균형임을 알 수 있다.

<표 1>에서 a_2 가 15인 경우를 제외하고, 1번째 기업과 2번째 기업에 다른 세율이 적용된 것은 각 기업이 직면한 시장 수요가 동일하지 않기 때문이다. 수요탄력성이 높은 상품일수록 세금이 부과되면 가격 상승에 의해 이윤이 크게 손실된다. 이런 이유로 정부는 세금 부과시 (비)효용을 균등화시키기 위해서, 상품별로 다른 세율을 정한다. 앞서 제IV장의 정리 1에서 보였듯이 최적상품세율은 탄력성에 반비례하는 관계가 있다. [그림 2]를 보면, 2번째 시장의

[그림 2] a_2 의 변화에 따른 탄력성의 변화



14) 2번째 기업의 경우를 살펴보아도 결과는 마찬가지로 나오므로, 논의를 생략한다.

탄력성이 더 빠르게 감소하는 것을 알 수 있다. 이는 [그림 1]에서 1번째 시장의 상품세율이 더 빠르게 감소했던 것과는 정반대이다.

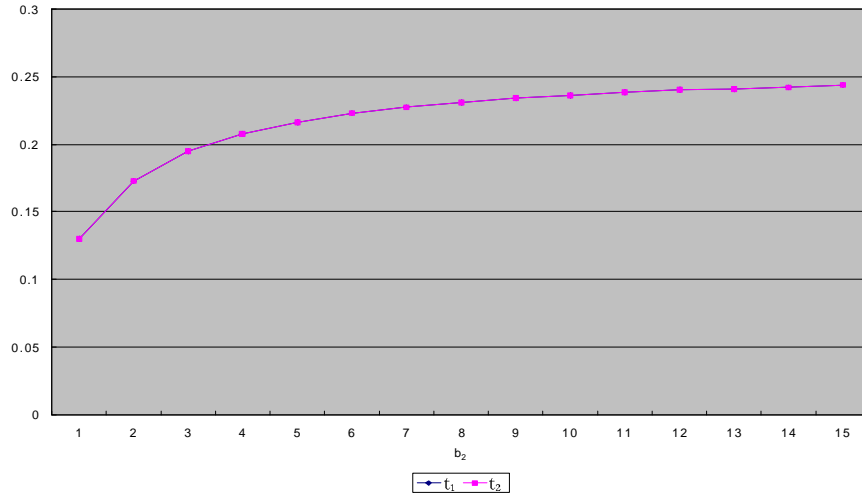
<표 2>는 두 기업의 한계 비용을 각각 1, 1번째 기업의 역수요함수는 $p_1=15 - q_1$ 이라고 고정시켜 놓은 상태에서 2번째 기업의 역수요함수 $p_2=15 - b_2 q_2$ 의 b_2 값을 변화시켜가며 실제 지출액(R)과 균형 간접세율 (t_1, t_2)이 어떻게 결정되는가를 구해 놓은 것이다. 여기서 재미있는 점은 b_2 값이 증가함에 따라 세율도 증가하지만([그림 3] 참조), 기업에 부과되는 세율이 동일하다는 것이다. 이러한 사실은 앞에서도 설명했듯이 탄력성 때문이다. b_2 값이 달라지더라도 각 상품의 시장 수요탄력성이 동일하게 나오기 때문에 간접세율도 똑같아지는 결과가 나온 것이다.

<표 2> b_2 변화에 따른 실제 지출액과 세율 등의 변화

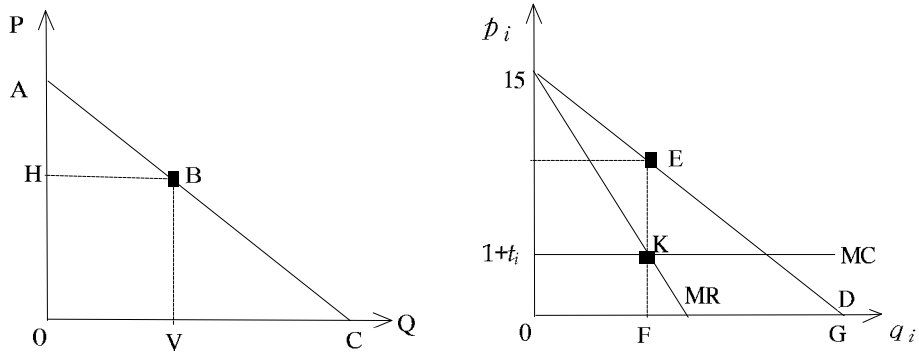
b_2	R	t_1	t_2	e_1	e_2
1	14.4991	0.130	0.130	1.166	1.166
2	14.4986	0.173	0.173	1.175	1.175
3	14.4983	0.195	0.195	1.181	1.181
4	14.4981	0.208	0.208	1.184	1.184
5	14.4980	0.216	0.216	1.186	1.186
6	14.4979	0.223	0.223	1.188	1.188
7	14.4978	0.227	0.227	1.189	1.189
8	14.4977	0.231	0.231	1.190	1.190
9	14.4977	0.234	0.234	1.191	1.191
10	14.4976	0.236	0.236	1.191	1.191
11	14.4976	0.238	0.238	1.192	1.192
12	14.4975	0.240	0.240	1.192	1.192
13	14.4975	0.241	0.241	1.193	1.193
14	14.4975	0.242	0.242	1.193	1.193
15	14.4975	0.244	0.244	1.193	1.193

주: R는 실제 지출액, t_i 는 i 번째 기업의 세율, e_i 는 i 번째 기업의 이윤.

[그림 3] b_2 의 변화에 따른 간접세율의 변화



이해를 돕기 위해 그림을 그려 설명하도록 하겠다.



위의 왼쪽 그림에서처럼 직선 형태의 수요곡선(AC)의 경우에는 수요곡선 위의 점(B)에서의 점탄력성이 다음과 같이 간단히 나타내어질 수 있다.

$$e = -\frac{dQ/Q}{dP/P} = -\frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q} = \frac{VC}{OH} \cdot \frac{OH}{OV} = \frac{VC}{OV} \quad (10)$$

(단, V는 B에서 수선을 내렸을 때 가로축과 만난 점이고 H는 B에서 수선을 내렸을 때 세로축과 만난 점이다)

i 번째 기업의 역수요곡선(오른쪽 그림의 D)이 $p_i=15 - b_i q_i$ 라면, 한계수입곡선(오른쪽 그림의 MR)은 $p_i=15 - 2b_i q_i$ 가 된다. 기업은 이윤극대화를 추구하므로, 한계수입과 한계비용이 일치하는 점에서 생산량을 결정한다. t_i 의 간접세율이 적용되었을 때 기업의 한계비용은 $1 + t_i$ 이므로, K점에서의 생산량 $\frac{14-t_i}{2 b_i}$ 가 최적이 된다¹⁵⁾. 식 (10)을 이용하여 균형점 E에서의 수요탄력성을 구하면 다음과 같다.

$$e = \frac{FG}{OF} = \frac{\frac{15}{b_i} - \frac{14-t_i}{2 b_i}}{\frac{14-t_i}{2 b_i}} = \frac{16+t_i}{14-t_i}$$

즉, 균형에서의 탄력성은 매개변수 b_i 와는 무관하게 결정되어짐을 알 수 있다. 이러한 이유로 b_2 의 변화에도 불구하고 두 기업의 간접세율이 동일한 결과가 나타난 것이다.

<표 3>은 두 기업의 역수요함수가 $p_i=15 - q_i$ (단, $i=1,2$)로 동일하고, 1번째 기업의 한계비용은 1로 고정되어 있을 때, 2번째 기업의 한계비용이 변화함에 따라 실제 지출액(R)과 균형 간접세율(t_1, t_2)이 어떻게 결정되는지를 구한 것이다. 한계비용이 상승함에 따라 2번째 기업의 최적 생산량은 감소한다. 정부가 2번째 기업으로부터 거두어들일 수 있는 세금의 양이 감소하게 됨에 따라 1번째 기업이 부담해야 하는 세금이 증가하고, 그 결과 세율도 상승하게 되었다. 반면 2번째 기업의 경우 한계비용의 증가로 인해 최적 생산량이 감소하게 됨에 따라 균형에서의 수요탄력성이 증가하여 2번째 기업에 부과되는 세율은 1번째 기업보다는 낮은 수준이 된 것이다.

c_2 가 2일 때, 정부가 각 기업의 세율을 0.20으로 부과했다고 하자. 이때 1번째 기업의 이윤은 37.8125이고, 2번째 기업의 이윤은 31.25이다¹⁶⁾. 각 기업이

15) $MR=MC \Rightarrow 15-2 b_i q_i=1+ t_i \Rightarrow q_i=\frac{14-t_i}{2 b_i}$

16) $(1-t_1) p_1 q_1 - q_1 = (1-0.20)(8.125)(6.875) - 6.875 = 37.8125$
 $(1-t_2) p_2 q_2 - 2 q_2 = (1-0.20)(8.75)(6.25) - 2 \times 6.25 = 31.25$

균형수준(1번째 기업은 0.190, 2번째 기업은 0.071)으로 세율을 낮추기 위해 로비활동을 벌인다면, 1번째 기업은 0.5586, 2번째 기업은 7.0827을 최대 지불할 용의가 있을 것이다. 정부가 최대 지불 가능한 로비금액을 받아들여 세율을 균형수준까지 낮춘다면, 실제 지출액이 22.1093에서 14.4984로 감소하여 정부의 효용이 -50.5432에서 7.3897로 증가한다. 기업은 정부가 이 로비를 받아들이기만 하면, $-(R-G)^2$ 의 항목의 감소로 정부의 효용이 증가한다는 것 또한 알고 있기 때문에 로비 액수를 최대한 줄이려고 하겠지만, 기업간 로비 경쟁이 심한 경우라면 로비 자금을 줄이는 일이 쉽지는 않을 것이다.

〈표 3〉 c_2 변화에 따른 실제 지출액과 세율 등의 변화

c_2	R	t_1	t_2	e_1	e_2
1	14.4991	0.130	0.130	1.166	1.166
2	14.4984	0.190	0.071	1.180	1.335
3	14.4979	0.218	0.043	1.187	1.538
4	14.4977	0.234	0.028	1.191	1.756
5	14.4975	0.243	0.019	1.193	2.029
6	14.4974	0.249	0.013	1.195	2.363
7	14.4973	0.252	0.009	1.196	2.781
8	14.4972	0.255	0.007	1.197	3.319
9	14.4972	0.257	0.005	1.197	4.037

주: R는 실제 지출액, t_i 는 i 번째 기업의 세율, e_i 는 i 번째 기업의 탄력성.

이 경우에도 정부가 기업의 세율을 균형수준 미만으로는 낮추지는 않는다. 기업의 세율을 균형수준 미만으로 낮출 경우 효용의 감소만 가져오므로, 정부에겐 균형 미만의 세율을 부과할 유인이 없다. 또 로비가 허용되더라도 각 기업의 균형세율 미만으로 세율이 낮아지지 않을 것이기 때문이다. 왜냐하면 1번째 기업이 세율을 0.15로 낮추기 위해, 세율 감소로 인해 증가될 것으로 예상되는 이윤 2.2355를 로비에 모두 사용하더라도 정부의 효용은 종전의 -0.2516에서 -5.0703으로 감소하기 때문이다. 진실한 균형의 해가 파레토 우월 균형임을 이 예에서도 알 수 있다.

〈표 4〉 공공지출의 목표액 변화에 따른 실제의 지출액과 세율 등의 관계

G	R	t_1/t_2	f_1/f_2	e_1/e_2
1	0.500	0.010	20.000	1.225
2	1.500	0.030	19.500	1.230
3	2.499	0.051	19.000	1.235
4	3.499	0.071	18.499	1.241
5	4.499	0.091	17.998	1.247
6	5.498	0.111	17.497	1.254
7	6.498	0.132	26.995	1.260
8	7.497	0.152	16.493	1.267
9	8.497	0.172	15.991	1.275
10	9.496	0.193	15.488	1.283
11	10.496	0.213	14.984	1.291
12	11.495	0.234	14.481	1.300
13	12.494	0.254	13.974	1.310
14	13.493	0.275	13.470	1.320
15	14.491	0.295	12.980	1.331
16	15.490	0.317	12.453	1.343
17	16.488	0.337	11.941	1.356
18	17.486	0.358	11.429	1.369
19	18.483	0.380	10.915	1.384
20	19.480	0.401	10.400	1.401
21	20.476	0.422	9.877	1.419
22	21.472	0.444	9.355	1.438
23	22.466	0.466	8.827	1.460
24	23.459	0.488	8.294	1.485
25	24.450	0.510	7.754	1.513
26	25.438	0.533	7.206	1.545
27	26.422	0.557	6.645	1.583
28	27.399	0.581	6.069	1.627
29	28.365	0.606	5.474	1.681
30	29.308	0.633	4.851	1.750
31	30.200	0.662	4.192	1.840
32	30.944	0.692	3.523	1.959
33	31.340	0.714	3.018	2.077
34	31.457	0.725	2.784	2.143
35	31.493	0.730	2.676	2.176

주: G는 공지출 목표액, R는 실제 지출액, t_i 는 i 번째 기업의 세율, f_i 는 i 번째 기업의 이윤, e_i 는 i 번째 기업의 탄력성.

지금까지 공공지출의 목표액을 일정하게 15로 두고, 다른 매개변수들을 변화시켰을 때 세율이 어떻게 달라지는지를 살펴보았다. 마지막으로 공공지출 목표액(G)의 변화가 실제 지출액(R)과 균형 간접세율(t_1, t_2)에 미치는 영향을 살펴보도록 하겠다. i 번째 기업($i=1, 2$)의 역수요함수를 $p_i = 10 - q_i$ 라 놓고, 한계비용은 각각 1이라 하자. 공공지출 목표액을 증가시켜가며 실제 지출액과 균형세율을 구해 놓은 것이 <표 4>이다.

공공지출 목표액이 증가함에 따라 실제 지출액도 증가한다. 만일 목표액수가 증가하는데도 실제 지출액이 증가하지 않는다면, 정부의 효용이 급격하게 감소하게 될 것이며 그 결과 시장 전체의 효용도 크게 줄어들 것이다. 이것을 보완하기 위해 정부는 기업으로부터 거둬들이게 되는 세금의 양을 늘리려 할 것이다. 따라서 간접세율이 증가하게 될 것이다. 실제로 세금의 증가는 기업의 이윤을 축소시키고, 시장 전체의 효용까지도 감소시키는 역할을 한다. 그런데도 정부가 공공지출 목표액의 증가분만큼 실제 지출액을 증가시켜가며 간접세율을 높이는 것은, 이윤 감소로 인해 시장효용이 줄어드는 양보다 목표액과 지출액 사이의 격차에 벌어짐에 따라 시장효용이 감소되는 정도가 더 크기 때문이다. 이는 세율 증가에 따른 이윤의 감소는 그만큼이 시장효용에 반영되는데 반해, 목표액과 지출액 사이의 차이는 제공되어 시장효용에 마이너스로 작용하기 때문이다.

정부의 공공지출 목표액이 15일 경우를 살펴보자. 정부가 각 기업의 세율을 0.35로 정했다고 가정하자. 이때 기업의 이윤은 11.635가 될 것이고, 이윤은 12.980이다¹⁷⁾. 각 기업이 세율을 0.295로 줄이기 위해서 로비 활동을 벌이려 한다면, 기업은 정부에 최대 1.345를 지불할 용의가 있을 것이다¹⁸⁾. 정부가 최대 로비 금액을 받아들여 기업이 요구하는 바대로 세율을 0.345에서 0.295로

17) $(1-t_i)(10-q_i)q_i - q_i = (1-0.35)(6.818)(3.182) - 3.182 = 11.635$

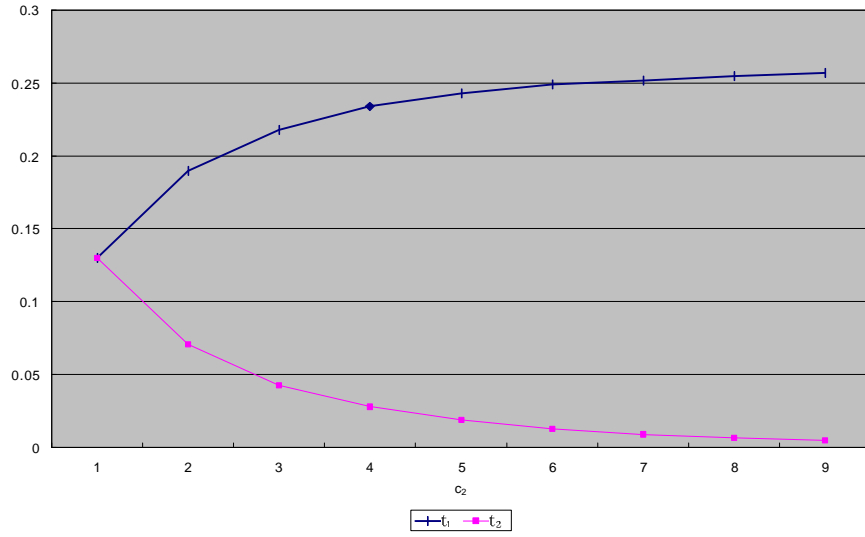
18) 기업은 세율이 0.35일 때는 11.635의 이윤을 얻고, 세율이 0.295일 때는 12.980의 이윤을 얻는다. 만일 세율을 0.295로 낮추기 위해서 이윤의 차이 1.345 이상을 지불해야 한다면 기업은 로비를 할 유인이 사라지게 된다. 따라서 최대 지불 금액은 1.345가 된다.

〈표 5〉 공공지출의 목표액 변화에 따른 실제의 지출액과 세율 등의 관계

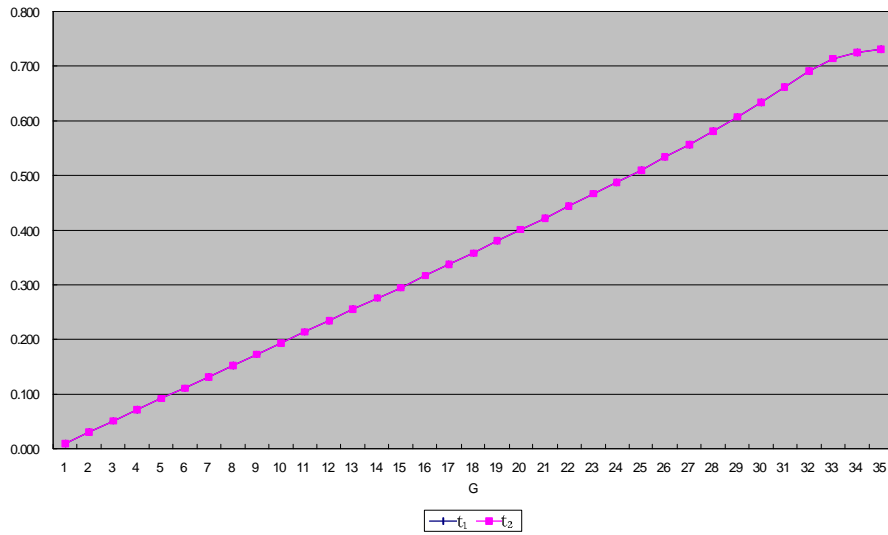
G	R	t ₁	t ₂	e ₁	e ₂
1	0.500	0.007	0.003	1.144	1.223
2	1.500	0.022	0.010	1.146	1.225
3	2.500	0.037	0.017	1.149	1.227
4	3.500	0.052	0.025	1.151	1.229
5	4.500	0.066	0.032	1.154	1.231
6	5.500	0.080	0.040	1.156	1.233
7	6.499	0.095	0.049	1.159	1.235
8	7.499	0.109	0.057	1.162	1.237
9	8.499	0.123	0.066	1.165	1.240
10	9.499	0.137	0.075	1.167	1.242
11	10.499	0.151	0.084	1.170	1.245
12	11.499	0.165	0.093	1.173	1.248
13	12.499	0.178	0.103	1.177	1.251
14	13.498	0.192	0.112	1.180	1.254
15	14.498	0.206	0.122	1.183	1.257
16	15.498	0.219	0.133	1.187	1.261
17	16.498	0.232	0.143	1.190	1.264
18	17.497	0.246	0.153	1.194	1.268
19	18.497	0.259	0.164	1.198	1.272
20	19.497	0.272	0.175	1.202	1.276
21	20.497	0.285	0.186	1.206	1.280
22	21.496	0.298	0.197	1.210	1.285
23	22.496	0.312	0.209	1.214	1.289
24	23.496	0.325	0.220	1.219	1.294
25	24.495	0.338	0.232	1.224	1.299
26	25.494	0.350	0.244	1.229	1.305
27	26.494	0.363	0.256	1.234	1.311
28	27.493	0.376	0.268	1.239	1.316
29	28.492	0.389	0.280	1.245	1.323
30	29.491	0.402	0.293	1.251	1.329
31	30.491	0.415	0.305	1.257	1.336
32	31.490	0.427	0.318	1.263	1.344
33	32.488	0.440	0.331	1.270	1.351
34	33.497	0.453	0.344	1.277	1.360
35	34.486	0.465	0.357	1.285	1.368

주: G: 공공지출 목표액, R: 실제 지출액, t_i: i번째 기업의 세율, e_i: i번째 기업의 수요탄력성.

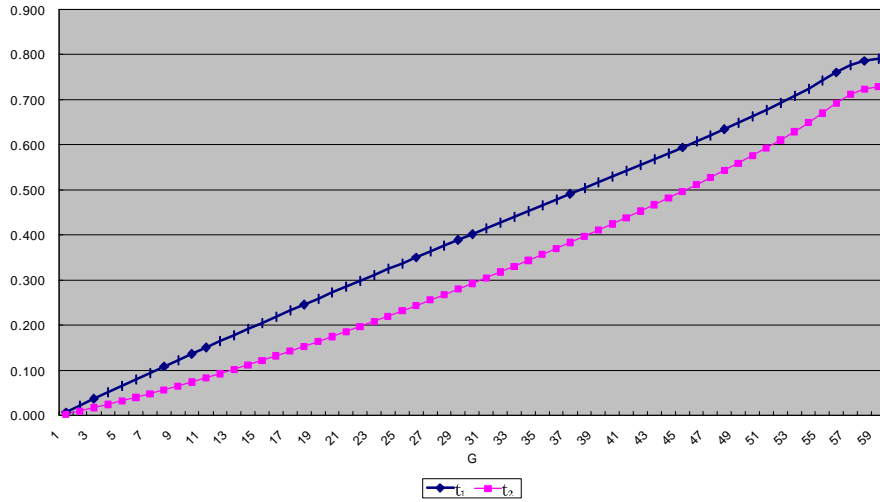
[그림 4] c_2 의 변화에 따른 간접세율의 변화



[그림 5] $a_1, a_2=10$ 일 때 g 의 변화에 따른 간접세율의 변화



(그림 6) $a_1=15, a_2=10$ 일 때 g 의 변화에 따른 간접세율의 변화



낮춰준다면, 실제 지출액이 17.086에서 14.491로 감소하게 된다. 그렇게 될 경우 정부의 효용은 -4.3514에서 2.430으로 증가한다. 기업은 정부가 로비를 받아들이는 경우 $-(R-G)^2$ 의 항목이 줄어들어 효용이 증대된다는 것을 알고 있으므로 로비 금액을 최대한 줄이려 할 것이다. 그러나 경쟁기업이 자신보다 로비 자금을 높게 책정할 가능성이 있으므로, 로비 금액을 낮추는 것은 용이한 일은 아닐 것이다. 시장 전체로 환원되지 않는 이러한 로비 자금의 증가는 자원의 낭비를 가져오므로 비효율적인 것이라 할 수 있다.

각 기업의 균형세율 0.295가 부과된 상태에서도 로비를 통해 그 수준 미만으로 세율을 낮추려 하는 상황을 고려해 보자. 만일 기업이 로비를 통해 세율을 0.275로 낮추겠다는 목표를 삼았다면, 이때 지불할 용의가 있는 최대 금액은 0.450이 될 것이다¹⁹⁾. 정부가 기업이 요구하는 바대로 세율을 0.295에서

19) 기업은 세율이 0.295일 때는 12.980의 이윤을 얻고, 세율이 0.275일 때는 13.470의 이윤을 얻는다. 만일 세율을 0.275로 바꾸기 위해서 이윤의 차이 0.450 이상을 지불해야 한다면 기업은 로비를 할 유인이 사라지게 된다. 따라서 최대 지불 금액은 0.450이 된다.

0.275로 줄여주는 대신 최대 로비 금액을 받아들일 경우, 실제 지출액이 14.491에서 13.493으로 감소하게 된다. 이때 정부의 효용은 -1.371²⁰⁾인데, 이는 세율을 그대로 유지할 경우 효용 -0.259²¹⁾보다 줄어든 값이다. 따라서 정부는 그러한 로비를 받아들이지 않으려 할 것이므로, 기업의 로비가 성사되지 않을 것이다. 따라서 로비가 허용되더라도 세율을 균형수준 이하로 낮출 수는 없게 된다. 이러한 점에서 균형은 파레토 우월 균형이라 볼 수 있는 것이다.

보다 일반적인 경우를 고려하기 위해서 두 기업의 수요함수를 다르게 세워 보자. 한계비용은 1이라 두고, 1번째 기업의 역수요함수와 2번째 기업의 역수요함수는 각각 $p_1 = 15 - q_1$, $p_2 = 10 - q_2$ 라 놓도록 하자. 공공지출 목표액을 증가시켜가며 실제 지출액과 균형 세율을 구해보면 <표 5>와 같이 나타난다. 공공지출 목표액이 15인 경우의 로비활동과 간접세율에 관해서는 앞에서 이미 보인 바 있다. 따라서 그 부분의 논의는 생략하기로 하겠다.

이번에도 역시 공공지출 목표액이 증가함에 따라 실제 지출액도 증가함을 확인할 수 있다. 정부가 공공지출 목표액의 증가분만큼 실제 지출액을 증가시켜가며 간접세율을 높이는 것은, 이윤 감소로 인해 시장효용이 줄어드는 양보다 목표액과 지출액 사이의 격차가 벌어짐에 따라 시장효용이 감소되는 정도가 더 크기 때문이다. 앞서도 언급했듯이 세율 증가에 따른 이윤의 감소는 그만큼이 시장효용에 반영되는 데 반해, 목표액과 지출액 사이의 차이는 제공되어 시장효용에 마이너스로 작용하기 때문이다.

VI. 결 론

지금까지 기업이 로비활동에 참가할 때 간접세가 어떻게 결정될 것인가를 살펴보았다. 정부가 간접세를 통하여 세수를 확충할 경우 간접세의 영향을 직

20) $-(G-R)^2 + \sum_{i=1}^2 l_i = -(15-13.493)^2 + 2 \times 0.450 = -1.371$

21) $-(G-R)^2 = -(15-14.491)^2 = -0.259$

접적으로 겪는 기업은 자신에게 유리한 세율이 주어지도록 로비를 할 유인이 있다. 로비하는 기업들 간의 경쟁은 비효율을 낳을 수 있다. 로비에 사용되는 돈은 소비자 후생의 증대를 가져오지 않기 때문에, 사회적 비용인 동시에 자원의 낭비일 수 있다. 정부 지출의 균형액이 하부-최적 수준(sub-optimal level)이 결정되었기 때문에 그러한 결과를 가져오게 되었다.

이 논문은 이 이론이 추후 발전될 여지를 남겨 둔다. 정부의 보수함수는 소비자 후생과 직접적인 관련을 맺지는 않는다. 소비자가 자신의 선호를 대변할 정부를 선거를 통해 선출할 수 있게 된다면 그러한 문제점은 시정되리라 본다. 그러나 이러한 논의는 정부 선택의 메커니즘에 관한 이해를 필요로 하며, 이는 이 논문의 범위를 뛰어넘는 것이다.

참 고 문 헌

- Atkinson, A.B. and J.E. Stiglitz, "Lectures in Public Economics," *New York, McGraw-Hill*, 1980.
- Bernheim, B.D. and M.D. Whinston, "Menu Auctions, Resource Allocation, and Economic Influence," *Quarterly Journal of Economics*, 101, 1986, pp. 1~31.
- Diamond, P.A. and J.A. Mirrlees, "Optimal Taxation and Public Production, 2 parts," *American Economic Review*, 61, 1971, pp. 8~27; pp. 261~278.
- Dixit, A.K., "Special-Interest Lobbying and Endogenous Commodity Taxation," *Eastern Economic Journal*, 22, 1996, pp. 375~388.
- Dixit, A. K., G. M. Grossman, and E. Helpman, "Common Agency and Coordination: General Theory and Application to Government Policy Making," *Journal of Political Economy*, 105, 1997, pp. 752~769.
- Grossman, G.M. and E. Helpman, "Protectin for Sale," *American Economic*

Review, 84, 1994, pp. 833~850.

Ramsey, F., "A Contribution to the Theory of Taxation," *Economic Journal*, 37, 1927, pp. 47~61.

Samuelson, P.A., "Theory of Optimal Taxation," *Journal of Public Economics*, July 1986, pp. 137~143.

지방세추계 모형 및 요인분석

- 서울시세를 중심으로

22) 김 현 아*

要 約

본 논문은 서울시세 자료를 연구대상으로 각 세목별 세입에 영향을 미치는 요인 변수와의 관계를 규명하고, 궁극적으로 서울시 세입의 과학적인 예측치를 제공하는 예측모형을 개발하고자 하는 데 있다. 시계열 예측모형으로는 단변량 분석인 ARIMA 모형과 요인변수와의 시차 및 안정성을 고려한 VAR 모형을 사용하였고, 세목별 요인변수를 위해서는 공적분 검정을 통한 단순회귀분석을 이용하여 변수들과 주요 세목들과의 영향력의 정도를 보여주고자 하였다. 기존의 지방세 관련 연구가 지방재정에 관한 사항을 정책사안으로 받아들이는 것과는 달리 본 논문은 지방세수 역시 경제현상의 하나이며 경제여건과 지방세입이 상호 연관이 있음을 규명하고자 시도한 것이 본 논문의 가장 큰 의의라고 할 수 있다.

I. 서 론

정확한 재정수입의 규모 파악은 지출을 결정하기에 앞서 이루어져야 하며, 이를 바탕으로 다음 연도 예산을 편성할 수 있다. 이는 단순히 재정수입의 규모를 파악하는 데 그치는 것이 아니라, 중장기적인 지방재정 운용을 위한 기초자료가 될 수 있으며, 정책사업의 안정적인 추진을 통해 그 지역 주민들의 현재 및 미래의 생활양식을 결정하는 중요한 지침이 될 수 있다. 정확한 세수 추계로 인한 일정한 세수규모의 확보는 장기적인 세출예산과 이에 따른 능동

* 서울시정개발연구원 부연구위원.

적인 자치행정에 필수적인 조건이기 때문이다.

그러나, 현재 이루어지고 있는 추계방식인 과거의 추세와 실무자의 직관에 따른 지방세수추계 모형은 그 정밀도나 예측오차에 적지않은 한계점을 드러내고 있다.¹⁾ 따라서, 본 논문은 서울시세 자료를 연구대상으로 각 세목별 세입에 영향을 미치는 요인변수와의 관계를 규명하고, 궁극적으로 서울시 세입의 과학적인 예측치를 제공하는 예측모형을 개발하고자 한다. 시계열 예측모형으로는 단변량분석인 ARIMA 모형과 요인변수와의 시차 및 안정성을 고려한 VAR 모형을 사용하였고, 세목별 요인변수를 위해서는 공적분 검정을 통한 단순회귀분석을 이용하여 변수들과 주요 세목들과의 영향력의 정도를 보여주고자 한다.

II. 연구의 의의 : 선행연구와의 차이점

지방세와 관련하여 기존 연구와 본 연구와의 차이점은 예측과정의 정밀함과 지방세에 대한 인식의 전환에 의의를 두고자 한다. 지금까지의 지방세수추계에 대한 연구를 살펴보면, 대부분의 분석이 시차나 더미를 변수로 한 회귀분석에 한정되어 있다. 그러나, 이론적으로 회귀분석을 통한 예측일 경우, 각 설명변수의 예측오차가 종속변수의 세입의 예측오차에 반영되어 전체적으로 예측력을 떨어뜨리는 단점 때문에 예측이 주목적인 경우에는 시계열 분석이 우위에 있다고 판단된다. 이러한 이유로 시계열 분석을 이용한 세수추계모형에서 세목별 분석 및 기간별 분석 등 추계기법에 관하여는 비교적 다양한 분석이 이루어졌다.²⁾ 그러나, 선행연구의 시계열 모형에서는 시계열의 안정성은 검

1) 현재 지방세수추계는 중앙정부와 지방정부에서 각각 이루어지고 있다. 매년 이루어지고 있는 예산편성을 위한 세수추계는 각 지방자치단체가 진도비방식을 이용하여 세목별로 추산하고 있으며, 중앙정부는 교부세 산정기준을 위한 기준재정수입액을 파악하기 위하여 자치단체별·세목별 추계를 하고 있다. 중앙정부는 2000년 1월 14일 이후에 개정된 선형모형을 중심으로 추산하고 있는데 이 또한 추세모형으로 볼 수 있다(김현아(2002)).

토되었으나 각 세목과 요인변수의 시계열 간의 상관관계인 공적분 검정을 거친 적은 없다. 계량분석시 공적분 검정 결과는 자료의 손실 여부를 결정하는 매우 중요한 과정이다. 이에 본 논문은 분석에 앞서 공적분 검정을 통한 정밀함을 보이려고 하였다.

기존의 지방세에 대한 인식은 경제 내의 내생변수라기보다는 정책변수에 가깝다고 생각하여 왔기 때문에 주요 거시경제지표와 지방세 추이분석을 통한 경제적 해석이 부족하였다. 이에 본 논문은 대표적인 거시경제지표인 경제성장 변수와 지방세입과의 분석, 또 부동산 경기에 따른 지방세입의 추이분석 등 지방세 전반과 경제변수들간의 움직임에 초점을 맞추었다. 또한, 시계열의 안정성 검증을 거친 단순회귀분석을 통하여 영향도를 보여줌으로써, 여타 다른 경제적 요인이 변화하지 않았을 때, 주요 요인변수가 세목에 어느 정도 영향을 미치는지에 대하여 분석함으로써 향후 정책방향에 근거를 제시하고자 하였다.

Ⅲ. 세목별 요인변수 분석 및 탄성치 모형

경제규모가 커지고 자치행정의 중요성과 지방재정의 자율성이 강조됨에 따라 지방세는 단순히 정책의 하나로만 존재하는 것이 아니라 경제전반의 흐름과 같이하는 내생변수로서 자리매김하는 것이 보다 근본적으로 지역경제에 도움을 줄 수 있는 방향이라고 본 논문은 판단한다. 장기적으로 지방재정의 움직임이 정책변화의 움직임보다는 부동산 경기를 포함한 경제전반의 흐름(fundamentals)과 같이 하였다고 보는 것이 본 연구의 가장 큰 차이점이며 의의라고 볼 수 있다. 먼저, 탄성치 분석을 이용하여 각 요인변수의 변화에 따른 서울시 세입의 변화 정도를 살펴보고, 이러한 탄성치 모형을 근거로 한 서울시 세입 예측치를 제시하고자 한다.

2) 박완규(2001), 이영희·조기현(1998), 이은국(1994).

1. 탄성치 모형

$$\log(\text{tax revenue}) = \alpha + \beta \log(\text{GDP}) + \varepsilon \quad (1)$$

탄성치 모형은 설명변수의 변화에 따른 서울시 세입 변화의 민감도인 탄성치 계수값(β)을 이용하여 서울시 세입의 변화를 예측하는 것이다. 세수합수 추정 및 예측시, 설명변수만 확보되면 종속변수의 영향도를 얻을 수 있는 실무적인 용이함도 있고, 결과에 따른 경제적 해석 또한 가능하여 세수추계시 보편적으로 사용되는 계량기법이다. 그러나, 이러한 회귀분석은 주요 경제변수를 바탕으로 수행하기 때문에 수량화하기 어려운 변수들의 값이 변함에 따라 세입에 미치는 영향이나 비경제적 요인에 의한 세입 변화를 정확하게 파악하기에는 한계가 있다.³⁾ 또한, 세목에 영향을 미치는 변수의 선정에 따라 세수합수 및 예측치가 달라지므로 자의적인 변수 설정에 따른 오류도 있을 수 있으며, 시차 및 더미 변수를 이용한 세목 변화를 살펴보는 과정(model specification)에서의 오류는 예측오차를 증가시키는 요인으로 작용할 우려가 있다. 따라서, 본 논문은 탄성치 분석을 이용하되 위와 같은 오류를 최소화하고자, 각 요인 변수의 변화에 따른 서울시 세입의 민감도를 살펴보는 것으로서 단순회귀분석을 사용하고자 한다.

자연대수 변환을 이용한 탄성치 모형에서 주의해야 할 점은 각 시계열간의 안정성의 확보이며, 이는 공적분 검정의 결과로 해석이 가능하다. 회귀분석에 앞서 시계열 각각의 단위근 검정(unit-root test)과 시계열간의 공적분 검정(cointegration test)을 통하여 시계열의 안정성(stationarity)을 회복한 후 회귀분석을 실시해야 한다. 시계열이 단위근을 갖게 되면, 이는 시계열이 균형점으로로부터 멀어졌을 때 다시 균형점으로 돌아오는 수렴이 불확실해지는 불안정성(nonstationarity)을 의미한다. 시계열자료가 불안정적일 때 기존의 회귀분석이론에 입각한 추정 및 검정에 오류가 있을 수 있다는 점은 널리 알려진바 있다.⁴⁾ 실제로는 서로 상관이 없는 시계열자료가 불안정적인 특성을 가질 경우

3) 성명재(1995).

4) Greene, 『Econometric Analysis』, 『Prentice Hall』, 1993, pp.560, Ch.19/Time

에는 회귀분석상 서로 상관성이 있는 것으로 나타날 수도 있다는 가성회귀(spurious regression)가 그것이다. 다시 말해, 변수간에 상관성이 없음에도 불구하고 불안정적인 시계열간의 회귀분석 결과에서는 낮은 표준오차(standard deviation)를 보여 추정계수($\hat{\beta}$)가 과대추정되어 검정통계량 값(t-statistics)이 높게 나타날 수 있음을 말한다. 따라서, 시계열간의 안정성 여부는 통계값의 유의성을 확인하는 데 중요한 단계이며, 이를 판별하는 방법으로 단위근 검정 방법을 쓰고 있다.⁵⁾ 자기회귀항(autoregressive term)을 중심으로 정의되는 행태방정식의 근이 1이라는 값을 포함하느냐를 판별(Dickey-Fuller Test)한다. 여기에서 단위근이 있다고 판별되면, 현재까지 알려진 방법으로는 차분을 통한 방법만으로 시계열의 안정성 회복이 가능하다.

그러나, 여기에서 중요한 것은, 각각의 시계열이 개별적으로는 불안정적이라 할지라도 시계열간의 선형결합함수는 안정적일 수 있다는 것이다. 이러한 관계를 공적분 관계(cointegration)에 있다고 하며, 이런 경우 가성회귀 현상은 발생하지 않게 된다. 즉, 비록 각각의 시계열이 불안정적이라도 공적분 관계가 성립되어 시계열간의 안정적인 선형관계가 유지되는 한 차분모형을 쓰지 않고도 회귀분석이 가능하다는 것이다. 따라서, 이는 시계열자료가 부족한 경우, 차분을 통한 자료손실의 위험을 막아주는 중요한 단서가 되는 것으로서, 대부분의 계량분석 연구가 공적분 관계 여부를 알리고자 하는 이유가 바로 여기에 있다.

이러한 공적분의 여부는 시계열간의 선형관계가 장기적으로 균형관계에 있음을 나타내주는 것으로 인과관계 검정시에도 수준변수간의 검정이 가능하며, 차분변수나 변화율 변수에 비하여 경제적 결과 해석이 용이하다. 따라서, 공적분의 여부는 차분에서 오는 자료 손실을 막아줄 수 있는 근거가 될 수 있을 뿐만 아니라, 시계열간의 장기균형관계를 보여줌으로써 시계열 자료를 이용한 계량 분석시 매우 중요한 단계이다. 시계열간의 공적분이 존재하지 않을 경우

Series Models.; 이종원, 「계량경제학」, 『박영사』, 1996, pp.877.; Granger, C. and P. Newbold., "Spurious Regressions in Econometrics". *Journal of Econometrics*, 2, 1974. pp.111~120.

5) 각 시계열간의 단위근 검정 결과는 다음장 시계열 모형을 참조하길 바란다.

에는 차분 모형을 이용하여 회귀분석하는 것이 일반적이다. 그러나, 공적분 관계에 있는 것으로 판명되면 오차수정모형(Error-correction model)을 실시하는 것으로 알려져 있고, 또한 이는 변수간의 선형관계가 안정적인 것을 의미하는 것이므로 수준변수를 이용한 회귀분석도 가능하다. 그러나, 오차수정모형은 차분변수를 종속변수로 하고 설명변수로는 수준변수와 차분변수를 동시에 포함하므로 설정오류(misspecification)의 발생 가능성이 존재한다는 점과 복잡한 추계방식의 단점을 들 수 있다.

2. 서울시 세입과 경제성장의 탄성치 분석

경제성장(GDP)과 서울시세(LT1)를 자연대수 변환한 변수들은 단위근은 있지만, 공적분 관계가 있는 것으로 나타났다. 따라서, 각각의 수준변수를 자연대수 변환하여 회귀분석한 결과는 다음과 같다.

$$\log(LT1) = 7.68 + 1.13\log(GDP) \\ (106.23)$$

$$R^2 = 0.99, \text{ Adjusted } R^2 = 0.99, D \cdot W = 1.12$$

종속변수 LT1은 서울시 세입 부과액을 뜻하며 1972년부터 1999년까지의 연간자료이다.⁶⁾ 위의 식은 서울시 세입 부과액과 경제성장과의 양(+)의 관계가 통계적으로 유의함을 보여주고 있고, 동시에 GDP가 1% 성장했을 때 서울시 세입 부과액이 탄력적으로 1.13% 성장하는 것을 알 수 있다. 고영선(2000)에 따르면 차분모형보다는 최소자승법을 이용한 탄력성 분석이 예측력에서 뒤지지 않음을 알 수 있었다. 따라서, 차분변수 대신 수준변수의 자연대수 선형모

6) ① 세입자료의 경우에는 경상치만이 존재하는 특성이 있다(성명재(1995)).

② 실무에 있어서 징수절차는 부과된 금액에 따른 행정사항이라고 본다. 본 논문은 단기적으로 예산편성을 위한 세수확보를 예측하고자 하여 부과액을 사용하였다.

형을 이용한 최소자승법(OLS)인 탄성치 분석을 그대로 사용하기로 한다.⁷⁾

총지방세수와 함께 1인당 지방세입 부담액의 변화를 살펴보자.⁸⁾ 높은 경제 성장률과 함께 서울시의 세입이 늘어난다고 하더라도 인구가 더 빠르게 늘어난다면, 1인당 서울시 세입은 반드시 늘어난다고는 볼 수 없다. 그러나, 총인구수의 변화가 없는 세입의 증가는 시민들의 가처분 소득 수준을 떨어뜨리는 하나의 원인으로 작용할 수 있다. 다음의 결과로 볼 때, 1% 경제성장률의 변화에 따른 1인당 서울시 세입 증가율이 서울시 총세입의 증가율에 조금 못 미치는 결과인데, 이는 서울시 총인구수가 늘어나는 추세를 반영한 결과라고 볼 수 있다. 그러나, 실제로 서울시의 인구는 1993년부터 줄어들기 시작해서 수도권 확장과 함께 앞으로도 줄어들 전망이다. 따라서, 1993년부터 1999년까지의 회귀분석의 결과를 살펴보면 다음과 같다.

예상한 바와 같이, 인구가 줄어드는 추세인 1993년 이후부터는 GDP가 1% 성장하면 1인당 서울시 세입은 1.27% 늘어나는 탄력적인 성장을 보이고 있다. 즉, 1인당 세부담액이 늘어난다는 것을 의미한다. 경기도의 인구 증가와 서울시의 인구 감소, 늘어나는 서울시 재정수요는 추계인구 통계를 기준으로 볼 때, 앞으로 더욱더 서울시의 1인당 세부담액은 늘어날 것으로 전망된다.

7) 엄밀하게는 자기상관을 제거해야 하며, Cochrane-Orcutt 기법이나, 1차 자기회귀 체계의 자기상관현상을 제거하는 방법을 쓸 수 있다. 그러나, 이들은 역시 차분모형의 변환이므로, 자료의 수가 적은 경우에는 차분모형을 이용한 자료의 손실은 오히려 주어진 정보를 최대한 활용하지 못하는 偏倚 추정량(biased estimator)일 수 있다.

8) 인구변화에 따른 서울시세의 추이로서 다음의 결과를 주목하길 바란다.

$$\log(LT1) = 6.91 + 1.21 \log(GDP) + 0.05 \log(POP)$$

(31.13) (0.19)

설명변수로서 GDP와 인구를 동시에 사용하는 다중회귀분석 결과, GDP에 대해서만 서울시세 변화가 설명력이 있음을 알 수 있다. 인구변수와는 통계적 유의성을 밝히지 못하고 있다. 이는 GDP와 인구변수간에 Correlation matrix 값이 0.73으로 매우 높은 계열상관이 존재하기 때문으로 파악된다. 단, 본 논문에서 인구를 단독 설명변수로 사용한 의의로는, 서울시의 경우 인구가 줄어드는 추세를 보이고 있는데 반하여 총 서울시 세입의 성장추세만을 강조한다는 것은 지역주민의 비효용(1인당 지방세입)을 간과한 것이므로 이를 반영하기 위함이었다.

〈표 1〉 서울시세의 탄성치 분석 결과

자연대수 변환변수	서울시세	공적분 여부	1인당 서울시세 (1972~1999)	공적분 여부	1인당 서울시세 (1993~1999)	공적분 여부
국내총생산 (GDP)	1.13 (106.23)	yes	1.00 (83.40)	yes	1.27 (24.84)	yes

주: 1. 공적분 검정은 요한센 test를 하였는데, 유의수준 5%를 기준으로 '공적분이 존재하지 않는다'는 귀무가설의 기각 여부에 따라, 기각인 경우는 yes로 채택역인 경우는 no로 표시하였음.

2. 각 추정치는 자연대수모형의 계수 값이며, 괄호안은 t-statistics 이다.

위의 경제성장 설명변수의 탄성치 계수를 이용한 서울시세 전망은, 기존의 추세선을 연장한 전망치 방식을 그대로 따른 것으로, GDP가 1% 성장했을 때, 서울시세가 1.13% 증가한다는 가정하에서 2001년도 전망치를 나타낼 수 있다. 2000년도 서울시세는 부과액 기준으로 6조 8,956억 8,500만원이었다. 2001년도와 2002년도 경제성장을 각각 3%와 4% 정도(한국은행 기준)로 본다면, 서울시세는 2001년도에 6조 8,618억 3,700만원이며, 2002년도에는 7조 2,073억 7천만원으로 추산된다.

3. 서울시 세입과 부동산 경기의 탄성치 분석

서승환·김갑성(1999)⁹⁾은 부동산 가격의 변화는 무엇보다 실질 경기지수인 GDP 성장률로부터 영향을 받고 있음을 실증적으로 보여주고 있다. 이러한 분석에서의 시사점은 장기적으로 부동산 가격 변화율의 결정요인으로서 시장기분가치의 역할이 증대되었다는 것으로 요약할 수 있다. 이에 본 논문은 대략적인 단순회귀분석을 통하여 GDP 성장률과 지가상승률과의 관계를 살펴보고자 한다.¹⁰⁾ 단순회귀분석 결과, 수준변수간에는 공적분 관계에 있으므로 지가

9) 「부동산 가격 형태 변화의 실증적 분석」, 『주택연구』, 한국주택학회, 제8권 제1호, 1999.

10) 부동산 가격을 나타내는 지가의 자료로는 지가 지수와 지가상승률이 있는데 본 연구에서는 자료의 일관성을 위하여 지가상승률을 사용하기로 한다.

상승률과 서울시세, 경제성장 간에 양(+)의 관계가 있음을 알 수 있다.

〈표 2〉 서울시세와 지가상승률 단순회귀분석 결과

수준변수	서울시세 증가율	공적분 여부	경제성장률	공적분 여부
지가상승률 (전국)	0.73 (5.45)	yes	1.17 (5.26)	yes
지가상승률 (서울)	0.24 (2.78)	yes	1.77 (3.10)	yes

4. 세목별 탄성치 분석 결과

경제성장관련 세목별 탄성치 분석결과는 다음과 같다. 취득세의 경우, 경제성장률이 1%일 때, 취득세액의 증가율은 0.99%로 분석된다. 따라서, 취득세는 경제성장률에 대하여 단위탄력적이라고 볼 수 있다. 그 밖에 경제성장률 1% 증가에 따라서, 등록세는 1.11%, 주민세는 1.18%, 자동차세는 1.10%씩 성장하는 것으로 나타났고, 담배소비세의 경우는 예상대로 비탄력적인 0.26% 성장에 그치는 것으로 분석되었다.

〈표 3〉 세목별 탄성치 분석 결과

탄성치 분석	취득세	등록세	주민세	자동차세	담배소비세
국내총생산 (GDP)	0.99 (57.93)	1.11 (34.78)	1.18 (47.76)	1.10 (36.78)	0.26 (37.73)
공적분 여부	yes	yes	yes	yes	yes

5. 주요 세목과 그 외의 요인변수들과의 관계

본 논문은 서울시세를 비롯한 취득세, 등록세, 주민세에 영향을 미친 요인변수 중 거시변수로서 GDP, 지역내총생산, 민간최종소비지출을, 부동산 관련변

수로는 지가상승률, 건축허가면적, 토지거래건수를, 소득관련변수로는 국민총소득, 가구당소득, 가계소비지출, 국세부담액, 피고용자보수를, 자동차 관련변수로는 자동차등록대수를 꼽았고, 단순회귀분석 방법을 이용하여 공적분 검정을 거친 각 요인변수의 민감도를 위주로 살펴보았다.

각 요인변수의 1% 변화가 서울시세 및 주요 세목에 영향을 미친 정도를 살펴보면 <표 4>와 같다. 총량변수인 지역내 총생산은 취득세와 등록세를 각각 1.03%와 1.18%씩 증가시키는 것으로 나타났다. 부동산 관련 변수인 건축허가면적은 서울시세와 공적분 관계가 성립되어 탄성치 분석의 해석이 가능하나 다른 세목과는 안정적인 관계에 있지 못하여 추정치에 의한 해석이 불가능하다. 건축허가면적의 변화에 따른 서울시세의 변화율은 2.25%인 것으로 비교적 탄력적으로 증가시키고 있으며, 토지거래건수의 경우, 서울시세를 1.21%, 취득세와 등록세를 각각 1.22%, 1.29%씩 증가시키는 것으로 나타났다. 따라서, 부동산 거래를 의미하는 토지거래건수와 건설경기를 의미하는 건축허가면적이 서울시세에 영향력이 있음을 알 수 있다. 그러나, 부동산 토지거래건수는 토지 집약도가 높은 고층건물이나 재산가치가 상대적으로 낮은 나대지의 경우에도 같은 가중치를 두게 되므로 과세의 근거로 삼기에는 무리가 있다는 지적도 있다.

소득관련 변수인 국민총소득은 서울시세에 1.12%, 취득세에 0.99%, 등록세에 1.11%, 주민세는 1.09%를 증가시키는 것으로 나타나 각 세목에 단위탄력적임을 알 수 있다. 서울지역 가구당 소득은 국민총소득에 비해 탄력적으로 각 세목에 작용하는 것을 알 수 있으며, 이는 전국을 대상으로 한 국민 총소득보다 서울지역을 대상으로 한 가구당 소득이 서울시 세액에 보다 영향력이 있다는 것을 보여주는 한 예라고 할 수 있다. 국세부담액과 피고용자 보수의 1% 증가는 대부분의 세목에 1% 안팎의 성장을 보여주는 단위 탄력성장을 나타내고 있다. 자동차 등록대수는 취득세에 1.14% 성장을 보이고 있으며, 서울시세에는 1.29%, 주민세에는 1.32%로 소득에 기초한 주민세에 가장 영향을 미치는 것으로 나타났다. 따라서, 차량취득에 따른 취득세보다도 자동차를 보유하는 재산보유에 대한 담세능력을 근거로 한 주민세에 더욱 영향을 미치는 것으로 나타났다.

소비관련 변수인 민간최종소비지출에 따른 각 세목의 변화는 서울시세에 1.19%, 취득세에 1.05%, 등록세에 1.16%, 주민세에 1.26%씩 영향을 미치는 것으로 나타났다. 서울지역 가계소비지출의 경우, 취득세에 2.57%, 주민세에 2.97%의 영향을 미치는 것으로 가계소비지출의 각 세목에 대한 변화가 상대적으로 큰 것을 볼 수 있다. 여기서도 역시 전국을 대상으로 한 민간최종소비지출보다 서울지역을 대상으로 한 가계소비지출이 서울시세에 결정적임을 알 수 있고, 총량적인 규모의 변화보다는 실질 가계소비가 서울시세와 보다 직접적인 관계가 있음을 확인할 수 있다.¹¹⁾

〈표 4〉 서울시세 및 주요 세목의 탄성치 분석 결과

요인변수	서울시세	공적분 여부	취득세	공적분 여부	등록세	공적분 여부	주민세	공적분 여부
지역내총생산	1.17 (109.26)	no	1.03 (48.07)	yes	1.18 (34.14)	yes	1.24 (42.28)	no
건축허가면적	2.25 (5.58)	yes	2.03 (5.88)	no	1.54 (3.71)	no	-	-
민간 최종소비지출	1.19 (83.94)	yes	1.05 (43.41)	yes	1.16 (27.57)	yes	1.26 (48.99)	yes
토지거래건수	1.21 (3.52)	yes	1.22 (5.99)	yes	1.29 (7.34)	yes	-	-
자동차 등록대수	1.29 (25.82)	yes	1.14 (23.63)	yes	1.14 (29.38)	no	1.32 (24.51)	yes
국민총소득	1.12 (104.23)	yes	0.99 (48.97)	yes	1.11 (33.43)	yes	1.09 (37.73)	yes
가구당소득	1.27 (47.79)	yes	1.12 (34.55)	yes	1.21 (31.60)	yes	1.32 (47.07)	yes
가계소비지출	2.91 (22.04)	no	2.57 (22.10)	yes	2.45 (27.31)	no	2.97 (21.39)	yes
국세부담액	1.05 (62.11)	yes	0.92 (37.65)	yes	0.99 (37.86)	yes	1.09 (37.73)	yes
피고용자보수	1.03 (97.28)	yes	0.91 (46.31)	yes	1.03 (33.33)	yes	1.09 (46.62)	yes

11) 전술한 바 있지만, 이상과 같은 분석은 엄밀한 과정을 거친 것이 아님을 다시 한번 강조하는 바이다. 다만, 본 자료로 나타낼 수 있는 세목과 변수간의 상관관계의 근거를 제시하는 참고로 인식해주길 바란다.

IV. 시계열 모형을 이용한 지방세수추계

1. ARIMA 모형

본 논문에서는 서울특별시에서 작성하고 있는 「지방세정연감」에 제시되어 있는 1972년부터 1999년까지의 서울시 세입 부과액의 연간 자료를 사용하였고, 시간이동설계(Rolling Horizon Design)방법¹²⁾을 이용하여, 다음과 같이 세 가지로 구분하였다. 모든 자료를 예측에 다 사용하지 않고, 각각의 기간 동안을 예측한 후, 나머지 연도의 실제값과 비교를 하는 방식으로 예측오차를 계산하는 방식이다. 시계열 자료의 경우, 1998년의 외환위기시의 자료가 특이점으로 작용하는 것이 가장 큰 문제였으나, 이와 같은 방식을 채택하여 CASE(I)이 실제치와 가장 근사한 것으로 나타나 1972년부터 1997년까지를 샘플로 추정하여 예측하는 방식을 채택하였다.¹³⁾

(1) 시계열의 안정성 검정

서울시 세입 부과액 변화율의 원시계열에 대한 ADF 단위근 검정결과, 모두 단위근이 존재하는 불안정적 시계열로 나타났다.¹⁴⁾ <표 5>에서 볼 수 있듯이

12) 조임곤(2001, p. 8(unpublished))은 자료의 수가 적은 지방정부로서는 시간이동설계에 의한 방법이 적절하다고 보고 있다. Bretschneider · Schroeder(1985), Bretschneider · Gorr(1989) 재인용.

13) CASE(I): 1972~1997, CASE(II): 1972~1998, CASE(III): 1972~1999.

14) 지방세입자료의 특성상 수준변수를 사용할 경우, 안정성 검정 결과 2차차분을 하여도 단위근이 존재하는 것으로 나오므로, 더 많은 자료 손실을 감수해야만 하는 위험함이 있었다. 이는 명목치를 사용하기 때문인 것을 판단하여, ① 명목치를 물가지수로 나눈 실질치를 자연대수 취한 변수의 값으로 시계열 분석을 한 뒤, 다시 결과치를 경상치로 계산하는 방법을 실시하였다. 그러나, 역시 2차차분변수까지 안정적인 것으로 나타났다. ② 또한, 1980년대 이후, 세수가 비교적 안정적인 것으로 판단하여 1980년대 이후 자료만으로도 안정성 검정을 실시하였으나 수준변수는 역시 불안정적인 것으로 나타났다. 서울시 세입 부과액 변화율 변수의 경우, 1차차분

1% 유의수준에서 모두 귀무가설을 기각하지 않는 것으로 나타나, 단위근이 존재하여 시계열이 불안정함을 알 수 있다.

〈표 5〉 서울시세입 부과액 변화율의 단위근 검정

변 수	시 차	Intercept	Trend and Intercept	None
원시계열	i=0	-2.73* (-2.99) DW:1.86	-4.47** (-3.61) DW:1.62	-1.28 (-1.96) DW:2.40
	i=1	-1.96 (-2.99) DW:2.04	-2.13 (-3.62) DW:1.93	-1.48 (-1.95) DW:2.07
1차차분 시 계 열	i=0	-9.23*** (-2.99) DW:2.04	-8.96*** (-3.62) DW:2.07	-9.30*** (-1.96) DW:1.98
	i=1	-3.92*** (-3.00) DW:1.99	-3.86** (-3.63) DW:2.01	-3.88*** (-1.96) DW:1.98

주: 괄호 안은 5% 유의수준에서의 Critical Value이며, 괄호 옆의 *, **, *** 은 각각 10%, 5%, 1% 유의수준에서 귀무가설의 기각을 나타냄.

서울시 세입의 1차차분시계열에 대한 ADF 단위근 검정결과, <표 5>에서 볼 수 있듯이 1% 유의수준에서 대부분 귀무가설을 기각하여 시계열이 안정적임을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서는 서울시 세입의 부과액 변화율의 1차차분 시계열을 이용하여 세입예측모형을 설정·추정하고자 한다. 또한 Durbin-Watson 통계량이 모두 $1.432 \leq DW \leq 2.479$ 의 구간 안에 있으므로 잔차항의 독립성 또한 만족하는 것으로 볼 수 있다.

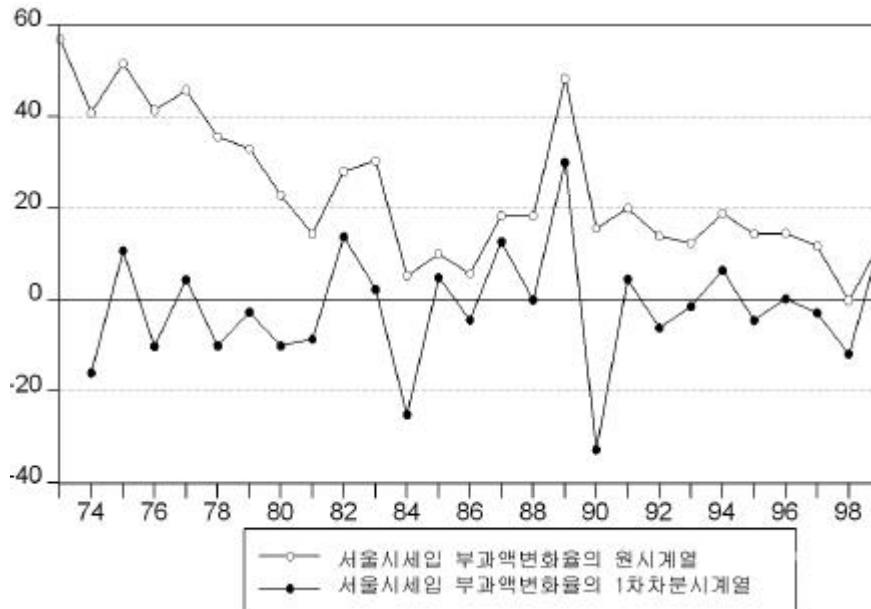
(2) ARIMA모형의 설정 및 추정

[그림 1]에서 볼 수 있듯이, 1차차분시계열이 단위근이 존재하지 않는 안정적인 시계열임을 직관적으로 판단할 수 있다. 서울시 세입 부과액 변화율의 1

시 안정적인 결과를 얻을 수 있었다.

차차분시계열에 대한 자기상관함수(auto-correlation function : ACF) 및 부분 자기상관함수(partial auto-correlation function : PACF) 검정결과, AR(3)과정과 MA(1)과정을 따르는 것으로 나타났고, 그 중에서 모형의 적합성을 만족한 모형은 ARIMA(0, 1, 1)모형과 ARIMA(1, 1, 0)모형으로 나타났다.

[그림 1] 서울시 세입 부과액 변화율의 원시계열과 1차차분시계열의 추이



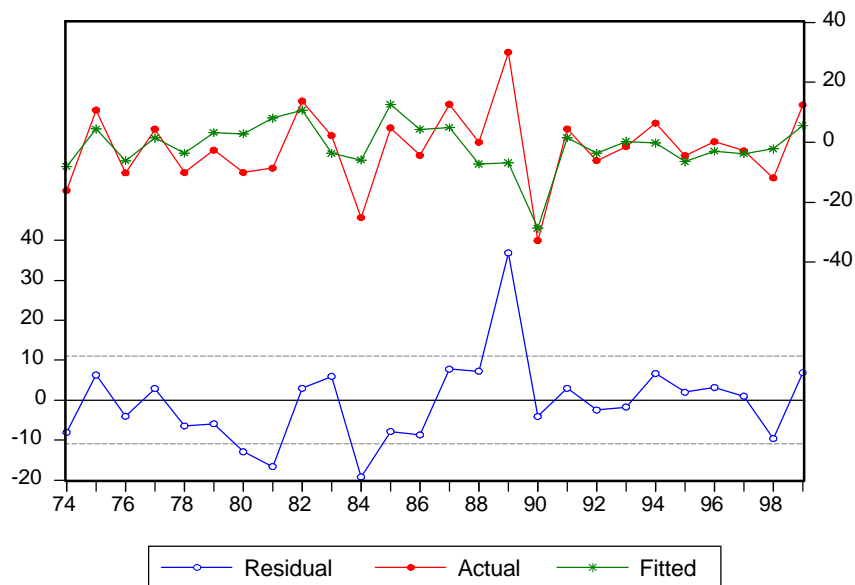
주: 횡축은 회계연도, 종축은 증가율(%)임.

두 모형 중에서 추정치의 통계적 유의치뿐만 아니라, AIC 정보기준, 결정계수, 전체적인 모형의 유의성을 나타내는 F-statistics 등 모든 기준에서 ARIMA(0, 1, 1)모형이 ARIMA(1, 1, 0)모형보다 우수한 것으로 나타나고 있다. 결과적으로, 서울시 세입 부과액 변화율의 시계열이 MA(1)모형에 근접하다는 것을 알 수 있었고, 따라서 전년도의 확률적 충격이 현재의 세입에 영향을 미친다는 것을 실증적으로 확인할 수 있었다.

(3) ARIMA모형의 예측결과

[그림 2]에서 볼 수 있듯이, 서울시 세입 부과액 증가율의 1차차분시계열 (Actual), ARIMA(0, 1, 1)모형이 추정한 부과액 증가율(Fitted), 그리고 실제치에서 추정치를 뺀 잔차(Residual) 등을 살펴보면 ARIMA(0, 1, 1)모형은 양호한 것으로 나타나고 있다. ARIMA(0, 1, 1)모형은 전체적으로 잔차의 평균이 0에 가깝지만 1989년에는 급격한 변동을 보이고 있는데, 이는 1989년 담배소비세가 지방세로 이양되었기 때문으로 보인다.

[그림 2] ARIMA(0, 1, 1)모형의 추정 결과



주: 횡축은 회계연도, 종축은 증가율(%)임.

ARIMA(0, 1, 1)모형에 의한 서울시 세입 부과액 증가율의 실제치와 예측치, 그리고 예측치의 실제치로부터의 상대적 괴리 정도를 나타내는 상대적 괴리비 등은 <표 6>에 나타나 있고, <표 7>에서는 결론적으로 서울시 세입 부과액 변화율 예측치와 이를 근거로 한 부과액 전망치가 제시되고 있다.

〈표 6〉 ARIMA(0, 1, 1)모형의 실제치와 예측치

예측기간	실제치(B)	예측치(A)	상대적 괴리비 (A-B)/B
1999	12.35	7.48	-0.39
2000	11.53	6.12	-0.47
RMSE ¹⁵⁾	4.90		
MAE	3.87		

주: RMSE : Root Mean Squared Error, MAE : Mean Absolute Error¹⁵⁾

〈표 7〉 ARIMA(0, 1, 1)모형에 의한 서울시세입 부과액변화율의 예측치
(단위: %, 천원)

예측기간	서울시 세입 부과액 변화율 예측치	서울시 세입 부과액 예측치
2001	4.77	6,955,416,704
2002	3.41	7,192,596,414
2003	2.06	7,340,763,900

2. 인과관계 검정

인과관계(causality)에 대한 일반적인 개념과 학술적인 개념 사이에는 뚜렷한 차이가 있다. 일반적인 개념의 인과관계는 단 하나의 사상 X(cause)가 항상 다른 하나의 사상 Y(effect)를 야기시킨다는 것(deterministic causation)을 의미한다. 즉 X가 바로 Y의 원인이 된다는 것이다. 그러나 학술적인 개념의 인과관계는 Y(effect)가 여러 가지 요인들의 결합으로써 나타나는 결과이며, X는 단지 그러한 요인들 중 하나라는 것(probabilistic causation)을 뜻한다.

Granger causality는 Y_t 를 서울시 세입 부과액 변화율이라 하고 X_t 를 그 원인 또는 결과로 생각되는 거시경제변수라고 할 때, X_t 와 Y_t 간에 어떤 것

15) RMSE와 MAE 값은 다른 모형과의 상대적 비교에 이용되며, 평가에 있어서 통계값이 적으면 적을수록 모형의 예측력이 좋다.

이 원인이 되었는지를 확인하기 위한 분석모형으로 다음의 식 (2), (3)과 같은 두 회귀방정식을 대칭적으로 설정하여 F-검정을 하는 것이다.

$$Y_t = a_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i Y_{t-i} + \sum_{i=1}^n \beta_i X_{t-i} + \varepsilon_t \quad (2)$$

$$X_t = b_0 + \sum_{i=1}^k \gamma_i X_{t-i} + \sum_{i=1}^l \delta_i Y_{t-i} + \xi_t \quad (3)$$

여기에서 X_t, Y_t 는 정상시계열이며, ε_t, ξ_t 는 오차항으로 상호 독립적이고 동분산을 나타낸다.

인과관계 검정에 사용될 변수들은 경제성장률(GGDP), 지역내총생 산변화율(GGRDP), 국민총소득 변화율(전국)(GNI), 민간최종소비지출 변화율(전국)(GPFCE), 서울지역지가 변동률(SGLP)이다. 분석대상 변수들의 원시계열에 대한 ADF(augmented Dickey-Fuller) 단위근 검정 결과, 대부분 단위근이 존재하는 불안정적인 시계열로 나타났다. 그러나, 분석대상 변수들의 1차차분 시계열들은 ADF 단위근 검정 결과, 안정적인 시계열로 나타났다. 따라서, 서울시 세입 부과액 변화율(GLT1), 경제성장률(GGDP), 지역내총생산 변화율(GGRDP), 국민총소득 변화율(GNI), 민간최종소비지출 변화율(GPFCE), 서울지역지가 변동률(SGLP) 등의 1차차분 시계열들을 이용하여 그랜저·십즈 인과관계를 검정하는 것이 바람직할 것으로 보인다. 그러나 자료들간에 공적분관계에 있을 때는 1차차분 시계열을 이용할 경우 자료의 특성을 손실할 가능성이 많이 있기 때문에 수준변수들을 이용할 수도 있다.¹⁶⁾ 이상의 분석결과, 경제성장률(GGDP), 지역내총생산 변화율(GGRDP), 국민총소득 변화율(GNI) 등이 서울시 세입 부과액 변화율(GLT1)의 변동에 원인이 되는 것으로 나타났다.¹⁷⁾

16) 김지옥, 『서울시 재정지출 요인분석 및 수요 전망』, 서울시정개발연구원, 2000, p. 42.

17) 그랜저·십즈 인과관계를 검정한 결과는 <부록>에 정리되어 있다.

3. VAR모형¹⁸⁾

(1) VAR모형의 설정

VAR모형은 사전제약이 축약된 연립방정식 형태로서, 여러 개의 시계열자료에 대한 분석을 위해 변수 상호간에 영향을 미치는 동시연립방정식모형이며, 내생변수의 벡터를 그들 자신과 다른 변수의 시차값(lagged value)의 선형함수로써 기술된다. 일반적으로 $N \times 1$ 칼럼벡터(column vector)인 거시경제 변수들인 Y_t 에 대해서 시차 p 인 VAR모형은 다음의 식 (4)와 같은 회귀방정식으로 표현할 수 있다. 식 (4)의 VAR모형을 간단하게 정리하면, 식 (5)와 같은 회귀방정식으로 표현할 수 있다.

$$Y_t = a_0 + a_1 Y_{t-1} + a_2 Y_{t-2} + \dots + a_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Y_t &= a_0 + \sum_{i=1}^p a_i Y_{t-i} + \varepsilon_t \\ &= A(L) Y_t + \varepsilon_t \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서 Y_t : 거시경제 변수들의 벡터($N \times 1$), a_i : 계수행렬, ε_t : 확률적 오차항, L 은 시차연산자: $L^1 Y_t = Y_{t-1}$, $L^2 Y_t = Y_{t-2}$, $A(L) = A_1 L^1 + A_2 L^2 + A_3 L^3 + \dots$ 를 나타낸다.

위와 같은 인과관계 분석결과, 서울시 세입 부과액 변화율과 GDP성장률이 서로 밀접한 인과관계가 있는 것으로 나타났다. 따라서, GDP성장률을 이용하여 서울시 세입 부과액 변화율을 예측하고자 한다. 1차차분된 서울시 세입 부과액 변화율과 GDP성장률을 사용하여 VAR 모형의 시차는 AIC와 SIC를 판별 결과 1차로 나타났다.

서울시 세입 부과액 변화율과 GDP성장률에 대해 공적분을 검정한 결과, 공

18) VAR모형에 대한 이론적 논의는 박현주·박철, 「벡터자기회귀모형에 의한 토지시장의 전망 연구」, 『국토연구』, 제3권, 국토연구원, 2001을 참조하였다.

적분 관계가 존재하지 않은 것으로 나타났다. 따라서 벡터오차수정모형(vector error correction model, VECM)을 구성할 수 없으므로 VAR모형으로 설정·추정하고자 한다. 공적분 검정방법으로 앵글·그랜저(Engle·Granger)와 요한센(Johansen)의 공적분 검정방법이 있지만, 이 연구에서는 요한센의 공적분 검정방법을 이용하였다.¹⁹⁾ Trace통계량 분석결과 <표 8>에서 볼 수 있듯이 $H_0: r=0$ 에서 Trace통계량이 10.71로서 5% 유의수준에서 기각되지 않고, $H_0: r=1$ 에서 Trace통계량이 1.85로서 5% 유의수준에서 기각시킬 수 없는 것으로 밝혀졌다. 따라서, 수준변수인 서울시 세입 부과액 변화율과 GDP성장률 사이에는 공적분 관계가 존재하지 않기 때문에 1차차분 시계열을 이용하여 VAR모형을 설정하여 추정하고자 한다.

<표 8> 요한센의 공적분 검정결과

γ	Eigenvalue	Trace Statistic	5 Percent Critical Value	1 Percent Critical Value	Hypothesized No. of CE(s)
0	0.288841	10.71705	15.41	20.04	None *
1	0.068850	1.854704	3.76	6.65	At most 1

(2) 충격반응함수

예측에 앞서, 모형 내의 어느 특정 변수에 대하여 일정한 충격을 가한 다음 모형 내의 모든 변수들이 시간 결과에 따라 반응하는 결과를 확인할 수 있는 충격반응함수(Impulse Response Function)를 이용하여 변수간의 상호 연관관계 또는 정책변수의 변화에 따른 파급효과를 분석할 수 있다.²⁰⁾

서울시 세입 부과액과 경제성장의 변화율의 차분 변수들의 충격반응함수의 결과를 요약하면, 경제성장의 충격이 발생하였을 때, 서울시 세입은 바로 그

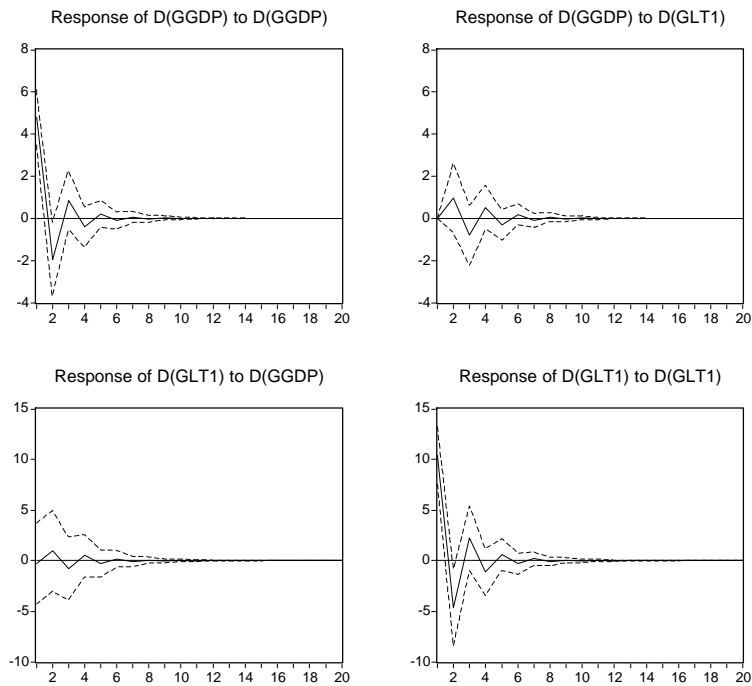
19) 요한센의 공적분 검정은 자료 속에 선형의 확정적 추세가 있고, 공적분 회귀식에 상수항은 있으나 추세가 없는 모형을 가정한다.

20) 자세한 이론적 고찰은 이종원, 『계량경제학』, 박영사, p.913을 참조하길 바란다.

해에 영향을 미치지 않는 것으로 나타났다. 1년 후에 가장 큰 영향을 받고, 그 이후 5년 후까지 영향을 미치나 그 이후에는 거의 영향력이 없었다. 반대로, 서울시 세입의 충격이 발생했을 때, 바로 그 해에는 약간 감소하다가 그 다음 연도에 가장 영향을 많이 받고 서서히 그 충격효과가 줄어들다가 10년 후에는 영향력이 사라지는 것으로 나타나고 있다. 다음은 그 영향력을 그림으로 나타낸 것이다.

[그림 3] 충격반응 결과

Response to One S.D. Innovations 2 S.E.

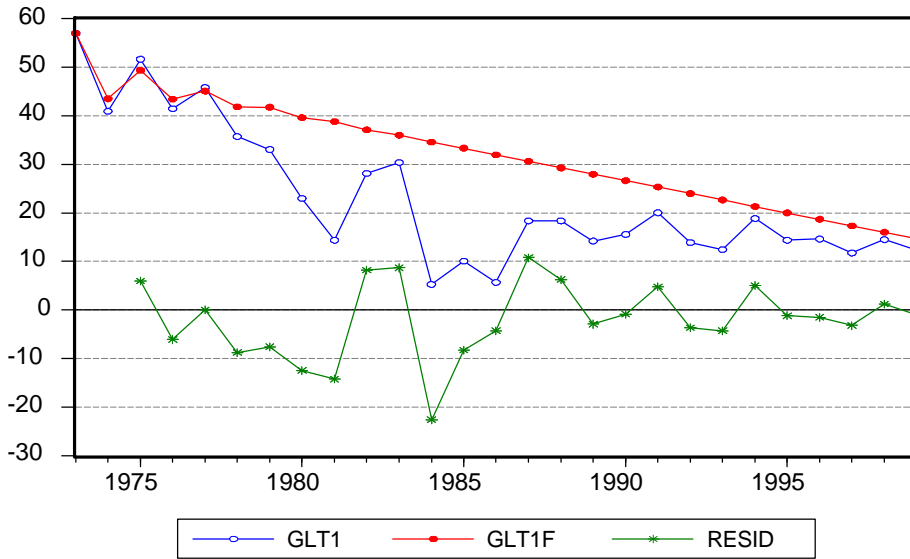


(3) VAR모형의 예측 결과

VAR(1)모형으로 과거 시계열의 움직임을 나타내면 [그림 4]와 같다. 그림에서 1차 차분된 서울시 세입 부과액 변화율(GLT1), VAR모형이 추정한 서울시

세입 부과액 변화율(GLT1F), 실제치에서 추정치를 뺀 잔차 등을 보면 VAR모형은 상당히 양호하다.

[그림 4] VAR모형의 추정 결과



주: 횡축은 회계연도, 종축은 증가율(%)임.

서울시 세입 부과액 변화율의 실제치와 VAR모형에 의한 예측치는 <표 9>와 같다. 그리고 VAR모형을 이용한 서울시 세입 부과액 변화율의 예측치는 <표 10>과 같다. VAR모형으로 예측한 서울시 세입 부과액 변화율의 전망 추이를 살펴보면, 2001년 5.28%, 2002년 3.68%, 2003년 2.11% 상승하는 것으로 나타나, 서울시 세입 부과액 변화율의 상승세는 둔화될 것으로 전망된다.

<표 9> 서울시 세입 부과액 변화율의 실제치와 예측치

예측기간	실제치(B)	예측치(A)	상대적 괴리비 (A-B)/B
1999	12.35	8.45	-0.32
2000	11.53	6.83	-0.41

〈표 10〉 VAR모형에 의한 서울시 세입 부과액 변화율의 예측

(단위: %, 천원)

예측기간	서울시 세입 부과액 변화율 예측치	서울시 세입 부과액 예측치
2001	5.28	6,987,273,574
2002	3.68	7,244,405,242
2003	2.11	7,397,262,193

(4) 시계열모형의 예측 결과 비교 및 모형별 예측치

시계열 예측모형인 ARIMA모형과 VAR모형에 의해 1972부터 2000년까지의 자료를 이용한 서울시 세입 부과액 변화율의 예측 결과를 비교하면 <표 12>와 같다. ARIMA 모형의 경우, 자기변수만으로 분석이 가능하므로 예측시 용이함을 장점으로 들 수 있으나, 경제이론에 기초하지 않고, 단지 추정대상 변수의 과거 움직임에 기초하여 규칙을 찾아내는 것이기 때문에 실물경기를 반영할 수 없다는 단점이 있다. VAR 모형의 경우, 이와 같은 단점을 극복하고자 실물경제와 밀접한 관계를 갖고 있는 경제변수를 내생변수로 포함시킬 수 있으므로 경기여건 변화에 따른 분석이 가능하다는 장점이 있다. 그러나, 전술한 바와 같이 VAR 모형 추정시 이에 포함시켜야하는 내생변수의 자의적인 선택, 변수의 순서 등에 따라 민감하게 반응하는 점은 단점으로 지적되고 있다.²¹⁾

두 모형의 결과치는 거의 차이가 없으나 VAR 모형을 이용한 전망치가 ARIMA 모형의 전망치보다 조금 높은 것으로 나타났다. 이는 다음과 같은 이유로 해석할 수 있다. VAR 모형은 경제성장률과 서울시세 변화율의 시차를 동시에 고려한다. 두 변수 모두 성장률이 감소하는 추세인데 그 가운데 보다 안정적으로 감소하는 것은 경제성장률이다. 서울시세의 변화율은 경제성장의 변화율보다 민감하게 반응하므로 감소 폭이 경제성장률보다 크게 된다.

21) 이종원, 『계량경제학』, 박영사, 1996, pp.908~910.

ARIMA 모형은 서울시세만이 분석대상이므로, 두 변수와 그 시차변수까지 고려하는 VAR 모형보다는 감소 추세를 크게 반영할 수밖에 없다. 따라서, 감소 폭이 비교적 많이 반영된 ARIMA 모형의 전망치가 VAR 모형의 전망치보다 작게 나타나고 있다.

〈표 11〉 예측모형별 실제치, 예측치, 상대적 괴리비

ARIMA(0, 1, 1) 모형			
예측기간	실제치(B)	예측치(A)	상대적 괴리비 (A-B)/B
1999	12.35	7.48	-0.39
2000	11.53	6.12	-0.47
VAR(1)모형			
예측기간	실제치(B)	예측치(A)	상대적 괴리비 (A-B)/B
1999	12.35	8.45	-0.32
2000	11.53	6.83	-0.41

〈표 12〉 시계열 모형 서울시세입 부과액 예측치

(단위: 천원)

예측기간	ARIMA(0, 1, 1) 모형	VAR(1) 모형
2001	6,955,416,704	6,987,273,574
2002	7,192,596,414	7,244,405,242
2003	7,360,763,900	7,397,262,193

〈표 13〉 모형별 서울시세입 부과액 예측치

(단위: 백만원)

예측연도	서울시 전망치	추세분석	ARIMA(0,1,1)모형	VAR(1)모형
2001	6,903,524	6,895,685	6,988,417	6,987,276
2002	6,923,928	7,207,370	7,192,596	7,244,405
2003	7,075,054	-	7,360,764	7,397,262

단순히 결과만을 놓고 본다면, <표 13>에서와 같이 서울시세의 전망치에 가장 근접한 모형은 경제성장에 따른 탄성치 모형을 이용한 추세분석이다. 2001년 서울시세의 전망치는 6조 9,035억 2,400만원이므로²²⁾, ARIMA모형 전망치가 약 520억원 정도의 차이를 보이고 있고, VAR 모형과는 약 830억원의 격차를 보여주고 있는 반면 추세분석의 경우 약 78억원의 차이밖에 나지 않는다. 즉, 예측 결과만을 비교해 본다면, 2001년도의 경우에는 경제성장을 요인변수로 한 추세선의 연장이라고 볼 수 있는 추세분석 결과치가 시계열 모형보다 정확하다고 볼 수 있다. 기존의 진도비 방식에 의한 서울시의 추계방식이 적어도 그 결과면에서는 크게 뒤지지 않는 것을 알 수 있다. 오히려, 2001년의 경우에는 더 정확한 결과를 얻을 수 있었다. 그러나, 2002년의 경우에는 ARIMA 모형 결과치가 서울시의 전망치에 더 가깝다. 따라서, 어느 한 모형이 예측오차가 작을 경우, 그에 따른 경제적 해석과 원인분석이 중요한 것이지 수치상의 오차는 사실상 중요하지 않다고 볼 수 있다.

V. 요약 및 결론

본 논문은 서울시의 총지방세 중 자치구세를 제외한 서울시세를 중심으로 한 지방세추계 모형에 관한 연구이며, 이는 세법개정이나 경제여건의 변화가 없다는 의미에서 순수한 기법개발에 관한 것이었다. 또한, 기존의 지방세 관련 연구가 지방재정 관련에 관한 사항을 정책사안으로 받아들인 것과는 달리, 본 논문은 지방세수 역시 경제현상의 하나이며 경제여건과 지방세입이 상호 연관이 있음을 규명하고자 시도한 것이 가장 큰 차이점이며 의의라고 본다.

예측 방법으로는 단순회귀분석을 이용하여 요인변수와 각 세목간의 상관관계를 분석하였고, 시계열 분석을 이용하여 2001년부터 2003년까지의 서울시세

22) 서울시의 전망치는 부과액에 징수율을 고려한 징수액의 전망치이다. 따라서, 본 연구의 전망치는 부과액에 해당하므로, ARIMA와 VAR의 전망치에 징수율을 고려한다면 서울시의 전망치와 거의 유사한 것으로 보인다.

입의 단기 전망치를 제시하고 있다. ARIMA 모형이 제시하고 있는 2001년 서울시세 부과액 전망치는 약 6조 9,550억원대이고, 2002년은 7조 1,920억원대이며, 2003년은 7조 3,600억원대로 추산되고 있다. VAR 모형은, 2001년 6조 9,870억원대, 2002년 7조 2,440억원대, 2003년 7조 3,970억원대로 전망하고 있다. 2001년도와 2002년도의 경제성장이 각각 3%와 4%라고 전망할 때, 추세분석에 따른 전망치는 각각 6조 8,950억원대와 7조 2,070억원대인 것으로 추산할 수 있다.

이와 같은 전망치는 서울시를 비롯한 각 지방자치단체가 중기재정계획 수립 시 향후 5년간의 연도별 세입 전망을 토대로 경직성 지출과 지방재정 부문별 사업계획을 조정하여 재정운용의 방향을 제시하는 데 있어 참고자료가 되고자 하는 데 그 우선적인 목적이 있다.²³⁾ 나아가, 본 논문은 지방재정의 자원조달에 있어서 장기적으로는 세원확보와 단기적으로는 세율조정 등의 방안이 도출될 수 있는데, 이를 위해서는 요인변수와 세수와의 관계를 체계적으로 연구할 필요가 있음을 시사하고 있다.

마지막으로, 이와 같은 지방세수추계 모형을 이용한 지방세수 전망치와 예산편성 과정과의 연계, 타 연구기관과의 협력을 통한 자료확보, 세목별 세수합수 추정 및 과세표준의 세분화 등을 향후 과제로 남겨두고자 한다.

VI. 참고문헌

- 고영선, 「세수추계 모형의 예측력 비교」, 『정책연구』, 제22권 제1호, 한국개발연구원, 2000.
- 김현아, 「지방세수추계와 예산편성과의 연계」, 『지방세』, 한국지방재정공제회, 2002년 제1호(발간예정).
- 김현아, 「서울시 세입예측을 위한 모형연구」, 서울시정개발연구원, 2001.

23) 그러나, 위의 전망치는 경제여건의 변화가 없다는 가정하에서의 결과이며, 거시경제지표의 전망에 따라 위의 전망치는 상향 혹은 하향 조정될 수도 있다.

- 이영희·조기현, 『지방세수 예측을 위한 모형의 탐색 : 광역자치단체를 중심으로』, 한국지방행정연구원, 1998.
- 이은국, 『서울시 세입·세출의 예측형태와 예측의 정확도를 위한 Box-Jenkins 모형분석』, 『한국행정학보』, 제28권 제1호, 1994.
- 박완규, 「지방세 추계액의 오차분석」, 『재정논집』, 제15집 제2호, 한국재정학회, 2001. 2.
- 박헌주·박 철, 「벡터자기회귀모형에 의한 토지시장의 전망 연구」, 『국토연구』, 제3권, 국토연구원, 2001.
- 성명재, 『세수추계모형과 세수전망』, 한국조세연구원, 1995.
- 이종원, 『계량경제학』, 박영사, 1996.
- Auerbach, A. J., "On the Performance and Use of Government Revenue Forecasts," *National Tax Journal*, Vol. 52, No. 4, 1999, pp. 767~782.
- Gentry, W. M., "Do State Revenue Forecasters Utilize Available Information?," *National Tax Journal*, Vol. 42, No. 4, 1989, pp. 429~439.
- Granger, C. and P. Newbold, "Spurious Regressions in Econometrics," *Journal of Econometrics*, 2, 1974, pp. 111~120.
- Greene, William. H., *Econometric Analysis*, 2nd ed., Prentice Hall, 1994.
- Hamilton, James D., *Time Series Analysis*, Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1994.
- Ladd, H. F., *Local Government Tax and Land Use Policies in the United States*, Lincoln Institute of Land Policy, 1999.
- Makridakis, S., "Accuracy Measures: Theoretical and Practical Concerns," *International Journal of Forecasting* 9, 1994, pp. 527~529.
- Makridakis, S. et al., "The M2-Competition: A Real Time Judgmentally Based Forecasting Study," *International Journal of Forecasting* 9, North-Holland, 1993, pp. 5~22.

- Musgrave, R. A. and P. B. Musgrave, *Public Finance in Theory and Practice*, 3rd ed., NewYork McGraw-Hill Company, 1984, pp. 3~21.
- Reviews 4, User's Guide, Quantitative Micro Software, 2000.
- Rodgers, R. and Joyce P., "The Effect of Underforecasting on the Accuracy of Revenue Forecasts by State Governments," *Public Administration Review*, Vol. 56, No. 1, 1996, pp. 48~56.

VII. 부 록

1. 분석자료

본 논문의 요인변수 분석에 쓰인 변수들의 출처와 기간은 다음과 같다.²⁴⁾

【자료분석】

- 국내총생산(GDP) : 1972~1999, 한국은행
- 인구 : 1972~1999, 통계청
- 지역내총생산(GRDP) : 1972~1999, 서울통계연보
- 국민총소득(NI) : 1972~1999, 한국은행
- 서울지역 지가상승률 : 1975~1999, 통계청(건설교통부)
- 서울지역 건축허가면적 : 1972~1999, 통계청
- 민간최종소비지출(전국) : 1972~1999, 한국은행
- 민간최종소비지출(서울) : 1992~1999, 통계청
- 서울지역 토지거래건수 : 1991~1999, 통계청(한국토지공사)

24) 본 연구가 서울시 세입에 관한 연구이므로, 지역적으로 서울을 근거로 한 변수를 사용해야 하나, 총량변수로서 분석하고자 하는 몇몇 변수는 전국을 근거로 한 통계자료만 존재하여 이를 사용하였다. 따라서, 이에 따른 偏倚(biased estimation)가 있을 수 있음을 숙지하기 바란다.

- 서울지역 자동차등록대수 : 1972~1999, 서울통계연보
- 서울지역 가구당소득 : 1972~1999, 서울통계연보
- 서울지역 가구소비지출 : 1972~1999, 서울통계연보
- 서울지역 국세부담액 : 1972~1999, 서울통계연보
- 피고용자보수(전국) : 1972~1999, 한국은행

2. 그랜저·심즈 인과관계 검정결과

〈표 14〉 서울시세입 부과액 변화율과 경제변수 간의 인과관계 검정 결과

인과관계	lag=1 F 값 (Prob)	lag=2 F 값 (Prob)	lag=3 F 값 (Prob)	lag=4 F 값 (Prob)	귀무가설 기각여부	인과관계 인정여부
GGDP→GLT1	12.17	3.78	4.24	2.76	기각	인정
	(0.00)	(0.04)	(0.02)	(0.07)		
GLT1→GGDP	7.97	4.84	0.97	0.56	기각	인정
	(0.00)	(0.02)	(0.43)	(0.69)		
GGRDP→GLT1	13.34	3.56	2.90	1.98	기각	인정
	(0.00)	(0.05)	(0.07)	(0.15)		
GLT1→GGRDP	6.80	1.53	1.12	1.17	채택	불인정
	(0.02)	(0.24)	(0.37)	(0.37)		
GNI→GLT1	12.14	4.01	4.23	2.73	기각	인정
	(0.00)	(0.03)	(0.02)	(0.07)		
GLT1→GNI	9.66	4.34	0.69	0.41	기각	인정
	(0.00)	(0.03)	(0.57)	(0.80)		
GPFCE→GLT1	3.83	0.46	0.69	0.35	채택	불인정
	(0.06)	(0.64)	(0.57)	(0.84)		
GLT1→GPFCE	11.31	6.24	1.96	1.29	기각	인정
	(0.00)	(0.01)	(0.15)	(0.31)		
SGLP→GLT1	0.04	0.24	0.18	0.52	채택	불인정
	(0.83)	(0.79)	(0.91)	(0.73)		
GLT1→SGLP	8.55	6.24	4.81	1.56	기각	인정
	(0.01)	(0.01)	(0.02)	(0.25)		

Neighborhood Structure and the Viability of

25)

26)Rajiv Sethi**

要 約

이 논문은 사회 혹은 집단 내에서 각각의 개인들이 자신이 이웃하고 있는 개인들과만 교류하는 네트워크 안에서, 이타적인 행동이 집단 전체에서 살아남을 수 있는 조건을 살펴본다. 이런 시도는 과거 Nowak and May(1992), Bergstrom and Stark(1993), and Eshel et al.(1998)등에서 살펴볼 수 있으나, 이들 모형은 어떤 특정 네트워크 안에서 이타적인 행동의 생존조건에 연구를 한정하였다. 이 논문에서는 개인들의 교류의 폭이 넓어질수록 이타적인 행동의 성장에 어떠한 영향을 미치는지를 알아보려고 한다. 이 연구의 가장 중요한 결과는 다음과 같다. 개인간의 교류의 폭이 증대될수록, 즉, 각 개인이 서로 영향을 주고받는 '이웃'이 늘어날수록, 이타적 행동이 집단 내에서 살아남기 위해 요구되는 이타적 행동의 효과와 비용의 비율이 작아진다. 즉, 작은 이타적인 행동으로도 집단 내에서 이타적인 행동을 취하는 개인을 유지시킬 수 있다. 따라서 개인간 교류의 밀도가 높은 사회일수록 이타적 행동을 가진 개인의 생존의 가능성이 높다고 볼 수 있다.

* 본원 초청연구위원.

** Department of Economics, Barnard College, Columbia University, 3009 Broadway, New York NY 10027. E-mail: rs328@columbia.edu.

Neighborhood Structure and the Viability of Cooperation

Tackseung Jun* Rajiv Sethi†

December 11, 2001

*Korea Institute of Public Finance, 79-6 Karak-dong, Songpa-gu, Seoul, 138-774, Korea. Email: tjun@kipf.re.kr.

†Department of Economics, Barnard College, Columbia University, 3009 Broadway, New York NY 10027.
E-mail: rs328@columbia.edu.

Abstracts

This paper deals with the problem of explaining the survival and stability of cooperative behavior in large populations in which each individual interacts only with a small set of social ‘neighbors’. In earlier work, Nowak and May (1992), Bergstrom and Stark (1993), and Eshel et al. (1998), have established the evolutionary viability of cooperation in competition with non-cooperative behavior within the context of specific networks. We build on this work by examining the effects of changes in the degree of the network on the long-run viability of cooperation. In symmetric networks, for each given value of the degree, namely the size of neighborhood, we identify a bifurcation value of the benefit-cost ratio such that states involving cooperation are dynamically stable when the benefit-cost ratio of cooperative behaviors exceeds this threshold. We show that this bifurcation value itself decreases as the degree of the network rises, suggesting that cooperation may be more rather than less likely as a long-run outcome in societies in which individuals have more numerous social neighbors.

*Keywords: Cooperative Behavior, Local Interaction,
Prisoner’s Dilemma, Dynamic Stability*

JEL Classification: C70,C78

1. Introduction

This paper deals with the problem of explaining the survival and stability of cooperative behavior in large populations in which each individual interacts only with a small set of social ‘neighbors’, and individuals adjust their behavior over time by myopically imitating more successful strategies within their own neighborhood.

The idea that cooperative behavior can survive under evolutionary competition with self-interested behavior when interaction is local goes back at least to Eshel (1972) and has received attention recently by Bergstrom and Stark (1993), Nowak and May (1992, 1993), and Eshel et al. (1998, 1999a, 1999b) among others. What makes local interaction with imitation conducive to the survival of cooperative behavior is that individuals expressing a particular behavior become increasingly likely to have neighbors who express the same behavior. The dynamics endogenously give rise to cooperative and noncooperative clusters, with individuals in cooperative clusters earning significantly higher payoffs on average than individuals in noncooperative clusters. This makes it possible for small clusters of cooperation to survive and spread over time. Although opportunistic behaviors can spread within cooperative neighborhoods, this process itself creates inefficient opportunistic clusters, the poor performance of which limits their further expansion. This intuitive argument suggests not only that cooperation may be stable under local interaction but also that the stability of cooperation is likely to be quite sensitive to changes in neighborhood structure.

However, most models of local interaction assume that the neighbor-

hood structure is held fixed throughout the analysis and the effect of changes in structure on the viability of altruism has not been systematically explored.¹ Furthermore, the effect of a different “network density” – how much an individual on a network is connected with other individuals in the network – on the survival and spread of altruism is worth detailed studies because this kind of study may shed a light on the evolution of society and its culture. For instance, we have generally believed that as members of society become more intermingled with each other, and thus the society becomes more complex, individuals tend to be egoistic. The study of this phenomena is a central topic in sociology and anthropology. This phenomena appears across both time and space: people in a small village or rural area is believed to be more cooperative than those in a large city. A popular explanation is that we do not see a “role model” who behaves altruistically, and thus we can mimic his behavior in a large and complex society.

We try to provide explanations for this relationship between the network structure of society and the viability of altruism. We do this by identifying two countervailing factors for the viability of altruism. We show in our model that a more intermingled society can be more conducive to the survival of altruism. Specifically, the degree of altruistic behavior – the benefit-cost ratio of altruistic behavior – for altruists to survive can be smaller as the society becomes more intermingled. This suggests more room for altruists to survive. Hence we identify the threshold value of

¹For example, Eshel et al. (1998) considers individuals arrayed in a circle, with each person linked to their two immediate neighbors. Nowak and May (1992) considers individuals arrayed in a two-dimensional grid with each person linked to their eight geographically closest neighbors.

the benefit-cost ratio for altruists to survive. As a countervailing factor, however, we also show that as the degree of interaction increases, it can be harder for the society to sustain altruism, because role-model altruists must be more clustered together, which is less likely to happen. This supports our casual wisdom that a society needs to provide an environment where altruistic individuals survive and succeed as role models to sustain the overall cooperative environment in the society. Overall, the model shows that these two factors will determine the dynamically stable population share of altruists.

The model is developed as follows. Maintaining the strong symmetry assumptions that have been made in previous work, we examine the effects of changes in neighborhood size on the survival of altruism. By increasing neighborhood size we mean that the social benefits of an altruistic act are spread across a larger number of individuals (with the aggregate social benefit and private cost being held constant) and, consequently, that the evolution of behavior at a particular location is influenced by the payoffs obtained at a greater number of other locations within the neighborhood.

Cooperative behavior is privately costly but socially beneficial, and its survival depends on the ratio of benefits to costs. For any neighborhood size, we identify a bifurcation value of the benefit-cost ratio such that states with cooperative behaviors can be sustained in the steady state of the dynamics when the benefit-cost ratio exceeds this threshold. This threshold is the first to be driven explicitly in the literature. When the benefit-cost ratio is insufficiently high, cooperators deep within cooperative clusters switch to opportunistic behavior. This causes cooperative

clusters to be punctured from within, leading to ever smaller cooperative clusters which eventually disappear in the presence of opportunist neighbors. If, instead, the benefit-cost ratio is greater than the threshold, cooperative clusters expand until the surrounding opportunist clusters are small enough to ensure significant contact between opportunists and cooperators. From this point onward, the population enters a steady state or cycle. We show that the threshold benefit-cost ratio above which cooperation can be sustained itself falls as neighborhood size increases. Specifically, the aggregate benefits of the cooperative act can be smaller when the neighborhood size is larger in order for cooperation to survive under evolutionary competition with opportunistic behavior. An interesting implication is that there is a sense in which “dense” networks are more conducive to the evolution of cooperation than sparse networks. This comparative static result – the effect of the interaction size of the network on the viability of altruism – is the first attempt in the literature.

This paper is organized as follows. In the next section, we introduce notation describing neighborhood structure, actions, payoffs and dynamics. In Section 3, we identify a class of regular networks within which our results are obtained. In Section 4, we investigate the dynamic stability of cooperative behavior. We are able to provide only a partial analytical characterization of the dynamics, but present simulation results to complete the picture. Section 5 concludes.

2. Neighborhoods, Behavior and Dynamics

Consider a population P of n individuals such that each individual $i \in P$ has a set of social “neighbors” $N(i) \subset P \setminus \{i\}$ with whom she interacts. Each individual is a neighbor to their neighbors, so that $j \in N(i)$ if and only if $i \in N(j)$. If i and j are neighbors, they are said to be *connected*.

The members of the population may be represented as vertices of an undirected graph Γ , with an edge connecting every pair of neighbors i and j . Let k_i denote the cardinality of $N(i)$, that is, the number of individuals with whom i interacts. The *degree* of the graph $k(\Gamma) = \sum_i k_i/n$ is the average number of neighbors to whom an individual is connected. The graph is *regular* if $k_i = k_j$ for all $i, j \in P$, in which case all individuals have the same number of neighbors. The graph is *connected* if, for every two individuals i and j with $j \neq i$, there is a sequence of vertices i, i', i'', \dots, j such that each member of the sequence is connected to its successor. Any such sequence is called a *path* between i and j .² The number of edges in the shortest path between i and j is the *distance* $d_{i,j}$ between these two nodes. Hence $d_{i,j} = 1$ if $j \in N(i)$ and $d_{i,j}$ is finite for any vertices i and j in a connected graph.

During any given period t each individual may take one of two actions. One action is altruistic, and any individual i taking it incurs a cost α . The action yields an aggregate benefit $\beta > \alpha$, shared equally by all individuals in $N(i)$.³ The second action is egoistic and has no cost or benefit. Without

²In this graph structure, there is no distinction between path and walk since connections between individuals are unique, and undirected. Hence we simply use path.

³The assumption that the altruist does not receive a share of benefits is made for convenience; any such benefit can be accommodated by interpreting α as a net cost.

loss of generality, we normalize $\alpha = 1$ and interpret β as the benefit-cost ratio. Since $\beta > 1$, efficiency requires the altruistic action to be taken by all players. From the perspective of any individual, however, the opportunistic action yields a higher payoff regardless of the actions taken by her neighbors. This is a multiplayer prisoner's dilemma with local interaction, of the kind studied by Bergstrom and Stark (1993), Eshel et al. (1998), Nowak and May (1993) and Albin and Foley (1998). A central question in this literature is whether or not altruism can persist under evolutionary dynamics which are payoff monotonic in the sense that more highly rewarded actions are replicated at greater rates than are less highly rewarded actions within the neighborhood.

Let $s_i(t) = 1$ if individual i takes the altruistic action at time t and $s_i(t) = 0$ otherwise. The vector $s(t) = (s_1(t), \dots, s_n(t))$ is the state of the system at time t . Let $\mathcal{S} \equiv \{0, 1\}^n$ denote the set of all states. The payoff to player i at time t is

$$\pi_i(t) = -s_i(t) + \beta \sum_{j \in N(i)} \frac{s_j(t)}{k_j}. \quad (2.1)$$

The neighborhood of individual i is the set of i 's neighbors together with i herself, that is, $N(i) \cup \{i\}$. Consider any individual i with at least one neighbor taking a different action than i herself does. The average payoff to opportunists in the neighborhood $N(i) \cup \{i\}$ of individual i is

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_i^e(t) &= \frac{\sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} (1 - s_j(t)) \pi_j(t)}{\sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} (1 - s_j(t))} \\ &= \frac{\beta \sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} \sum_{l \in N(j)} (1 - s_j(t)) s_l(t) / k_l}{\sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} (1 - s_j(t))} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Similarly the average payoff to altruists in the neighborhood of individual i is

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_i^a(t) &= \frac{\sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} s_j(t) \pi_j(t)}{\sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} s_j(t)} \\ &= \frac{\beta \sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} \sum_{l \in N(j)} s_j(t) s_l(t) / k_l}{\sum_{j \in N(i) \cup \{i\}} s_j(t)} - 1\end{aligned}\quad (2.3)$$

Finally, let $\rho(t) = \sum_{i \in P} s_i(t) / n$ be the share of altruists in the population at time t .

The distribution of actions $s(t)$ evolves according to the deterministic dynamics described in Eshel et al. (1998). Specifically, each individual selects in period $t + 1$ whichever action resulted in the highest average payoff in her neighborhood in period t . As a tie-breaking convention, assume that when both actions yield the same average payoff, the *egoistic* action is chosen. This makes it somewhat less likely that altruism will be sustained from any given initial state, but the bias is of little consequence since ties of this kind will not occur generically. For any player i in a heterogeneous neighborhood, we may write the dynamics as

$$s_i(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } \bar{\pi}_i^e(t-1) \geq \bar{\pi}_i^a(t-1), \\ 1 & \text{if } \bar{\pi}_i^e(t-1) < \bar{\pi}_i^a(t-1). \end{cases}\quad (2.4)$$

Players whose neighborhood is homogeneous observe only one action and hence continue to adopt that action: for any such individual i , $s_i(t) = s_i(t-1)$. In summary, each individual only observes actions and the corresponding payoff of individuals in his radius and shares, if there is any, benefits of altruistic actions in his neighborhood. The observed payoffs of his neighbors (but not payoffs of individuals outside of his neighborhood) will be used to decide his action in the next period.

A sequence $\{s(t), s(t+1), \dots, s(t+T)\}$ of successive states is an *absorbing cycle of period T* if $s(t+T) = s(t)$ and $s(t+i) \neq s(t)$ for all $i \in \{1, \dots, T-1\}$. An absorbing cycle of period 1 is an *absorbing state*. Since the population size n is finite, trajectories from all initial states must reach an absorbing state or an absorbing cycle within a finite number of periods. For any given neighborhood structure, the absorbing set reached will depend on the initial state. The main questions with which the present study is concerned is the likelihood of reaching an absorbing set with a large proportion of altruists from some randomly given initial state, and how this changes with neighborhood structure. We shall consider in this paper a simple class of regular graphs: ring lattices.

3. Ring Lattices

As noted above, most existing models of local interaction have considered a neighborhood structure with very strong symmetry properties. The networks typically considered are examples of *lattice graphs* (Watts, 1999). Each vertex in such a graph can be represented by a finite dimensional vector of integers, and is connected to some finite number of neighbors along each dimension. An example is a graph represented by points (i, j) where i and j are integers between 1 and m (inclusive) and where the vertex (i, j) is connected to all vertices $(i, j \pm r) \bmod m$ and $(i \pm r, j) \bmod m$ for some integer $r < m/2$. This represents the neighborhood structure of a population of m^2 individuals, each of whom has $4r$ neighbors. (The number r is sometimes referred to as the *interaction radius*.) The simplest case of a lattice graph is that of a *ring lattice*, in

which the population is represented by the set of integers $\{1, \dots, n\}$, and with each individual connected to individuals $i \pm r$ (modulo n) for some integer $r < n/2$. Eshel et al. (1998) consider a ring lattice with $r = 1$, so that individual i is connected to individuals $i \pm 1 \pmod{n}$. In this section we consider ring lattices with arbitrary r , with a view to exploring the effects of increasing r on the viability of altruism. Note that, by symmetry, each individual in the ring lattice model with interaction radius r has $k = 2r$ neighbors.

We can rewrite equations (2.1–2.3) for the ring lattice model as follows:⁴

$$\pi_i = -s_i + \frac{\beta}{2r} \left(\sum_{j=i-r}^{i-1} s_j + \sum_{j=i+1}^{i+r} s_j \right)$$

$$\bar{\pi}_i^e = \frac{\sum_{j=i-r}^{i+r} (1 - s_j) \pi_j}{\sum_{j=i-r}^{i+r} (1 - s_j)} \quad \text{and} \quad \bar{\pi}_i^a = \frac{\sum_{j=i-r}^{i+r} s_j \pi_j}{\sum_{j=i-r}^{i+r} s_j}$$

Given the state s , the above equations represent, respectively, the payoff to individual i , the mean egoist payoff observed by individual i (assuming at least one egoist is observed) and the mean altruist payoff observed by individual i (assuming at least one altruist is observed). Given these payoffs, the dynamics (2.4) govern the movement of the state over time.

In order to characterize the limiting properties of the system, we require the following notation. Let \mathcal{Q} be the set of all sequences $\{i, i + 1, \dots, i + l - 1\} \pmod{n}$ where $i, l \in \{1, \dots, n\}$. For any given state s , we say that $q = \{i, i + 1, \dots, i + l - 1\} \in \mathcal{Q}$ is a *cluster of length l* if $s_i = s_j$ for all $i, j \in q$, and $s_{i-1} = s_{i+l} \neq s_i$. A cluster therefore corresponds to a set

⁴For expositional reasons, we omit \pmod{n} where this is clearly understood and drop the dependence of the variables on time t .

of adjacent players who take the same action, and which is of maximal length with respect to this property. For any state s , the set of players can be partitioned into a finite number $z \leq n$ of adjacent clusters q_1, \dots, q_z . We shall say that a cluster q is altruist cluster if $s_i = 1$ for all players i in the cluster. Egoist clusters are analogously defined. The set of altruist clusters in period t is $\mathcal{A}(t)$; the set of egoist clusters is $\mathcal{E}(t)$. We say that an altruist cluster $q \in \mathcal{A}(t)$ *survives* in period $t + 1$ if $q \in \mathcal{A}(t + 1)$. It *expands* if $q \subset q' \in \mathcal{A}(t + 1)$. It *contracts* if there exists $q' \subset q$ such that $q' \in \mathcal{A}(t + 1)$, and all elements $i \in q, i \notin q'$ belong to egoist clusters in period $t + 1$. It *vanishes* if $q \subseteq q' \in \mathcal{E}(t + 1)$. Analogous definitions apply for egoist clusters. We say that a cluster which does not survive, expand, contract or vanish is *punctured*. Finally, let $L(a, b) \subset \mathcal{S}$ denote the set of states in which all altruist clusters are of length at least a and all egoist clusters are of length at least b , and let $U(a, b) \subset \mathcal{S}$ denote the set of states in which all altruist clusters are of length at most a and all egoist clusters are of length at most b .

4. Evolution

To get a sense of the dynamic possibilities inherent in this system, consider first an initial state $s \in L(3r, 2r)$ so that all altruist clusters are of length at least $3r$ and all egoist clusters are of length at least $2r$. Without loss of generality, suppose that the set of players $\{1, \dots, l\}$ constitute an altruist cluster, where $l \geq 3r$ by hypothesis. This cluster has (on either side) egoist clusters of length at least $2r$. Consider player m where $m \in \{1, \dots, r\}$. The neighborhood of this player contains $r + m$

altruists (including herself). Of these, exactly m altruists are in homogeneous neighborhoods and hence obtain a payoff of $(\beta - 1)$. The payoffs of the remainder depend on their distance from the egoist cluster. From the perspective of player m , the mean altruist payoff in her interaction neighborhood is accordingly

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_m^a &= -1 + \frac{1}{r+m} \left(m\beta + \frac{\beta}{2r} \sum_{i=1}^r (r+i-1) \right) \\ &= \frac{1}{4}\beta \frac{4m+3r-1}{r+m} - 1.\end{aligned}\quad (4.1)$$

Player m has $r+1-m$ egoists in her interaction neighborhood, and the mean egoist payoff in her neighborhood is given by

$$\bar{\pi}_m^e = \left(\frac{1}{r+1-m} \right) \frac{\beta}{2r} \sum_{i=1}^{r+1-m} (r+1-i) = \frac{1}{4}\beta \frac{r+m}{r}.\quad (4.2)$$

The payoff difference $\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e$, after some simplification, can be written as

$$\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e = \frac{\beta - \varphi(r, m)}{\varphi(r, m)}\quad (4.3)$$

where

$$\varphi(r, m) = \frac{4r(r+m)}{2rm + 2r^2 - r - m^2}.$$

Since $r \geq m \geq 1$, $\varphi(r, m)$ is strictly positive. Hence altruist m will switch if and only if $\beta \leq \varphi(r, m)$. Note that

$$\frac{\partial \varphi(r, m)}{\partial m} = \frac{4r(2rm - r + m^2)}{(2rm + 2r^2 - r - m^2)^2} > 0$$

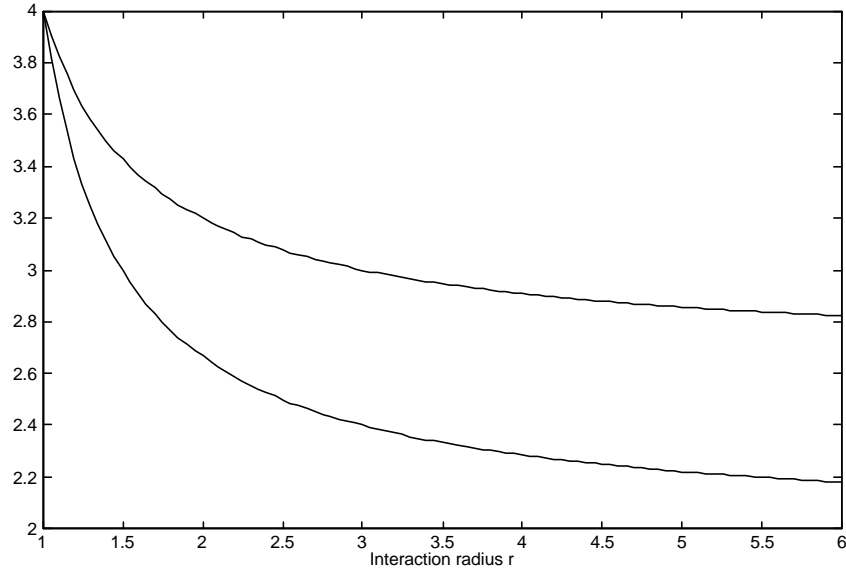


Figure 1: The Loci of $\bar{\beta}(r)$ and $\tilde{\beta}(r)$.

so $\varphi(r, m)$ is greatest when $m = r$ and least when $m = 1$. Define $\bar{\beta}(r) = \varphi(r, 1)$ and $\tilde{\beta}(r) = \varphi(r, r)$. Note that

$$\bar{\beta}(r) = \frac{4r}{2r - 1},$$

$$\tilde{\beta}(r) = \frac{8r}{3r - 1}.$$

When $r = 1$, $\bar{\beta}(r) = \tilde{\beta}(r) = 4$. Both functions are strictly decreasing in r and bounded below by 2 and $8/3$ respectively. For all $r > 1$, $\tilde{\beta}(r) > \bar{\beta}(r)$. Figure 1 below shows these two functions for various values of r .

Provided that the initial state $s \in L(3r, 2r)$, all altruists will remain altruists under the dynamics if and only if $\beta > \tilde{\beta}(r)$. Similarly, all altruists with at least one egoist neighbor will become egoists if and only if $\beta \leq \bar{\beta}(r)$. For the intermediate range $\bar{\beta}(r) < \beta \leq \tilde{\beta}(r)$, some but not all altruists will switch. Those who switch will be the ones furthest away

from the egoist cluster, and hence the altruist cluster will be punctured. The fact that $\tilde{\beta}(r)$ is declining implies that the range of parameter values for which altruist clusters remain intact (under the stated conditions) *rises* with neighborhood size.

We next proceed with an initial state $s \in L(2r, 3r)$ and show that, in this case, if $\beta > \tilde{\beta}(r)$, then all egoists with one or more altruist neighbors become altruists. Without loss of generality, suppose that the set of players $\{1, \dots, l\}$ constitute an egoist cluster, where $l \geq 3r$ by hypothesis. This cluster has (on either side) altruist clusters of length at least $2r$. Consider the player m , where $m \in \{1, \dots, r\}$ and note that the neighborhood of this player contains $r + m$ egoists (including herself). Of these, exactly m egoists are in homogeneous neighborhoods and hence obtain a payoff of 0. From the perspective of player m , the mean egoist payoff in her interaction neighborhood is accordingly

$$\bar{\pi}_m^e = \frac{1}{r + m} \left(\frac{\beta}{2r} \sum_{i=1}^r (r + 1 - i) \right) = \frac{1}{4} \beta \frac{r + 1}{r + m}. \quad (4.4)$$

Player m has $r + 1 - m$ altruists in her neighborhood, and the mean altruist payoff in her neighborhood is given by

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_m^a &= -1 + \frac{1}{r + 1 - m} \left(\frac{\beta}{2r} \sum_{i=1}^{r+1-m} (r + i - 1) \right) \\ &= -1 + \frac{1}{4} (3r - m) \frac{\beta}{r} \end{aligned} \quad (4.5)$$

The payoff difference $\bar{\pi}_m^a(s^t) - \bar{\pi}_m^e(s^0)$, after some simplification, may be expressed as

$$\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e = \frac{\beta - \varphi(r, m)}{\varphi(r, m)}$$

exactly as in (4.3). Following the same arguments made above, we conclude that provided the initial state $s \in L(2r, 3r)$, all egoists will remain egoists if and only if $\beta \leq \bar{\beta}(r)$. Similarly, all egoists with at least one altruist neighbor will become altruists if and only if $\beta > \tilde{\beta}(r)$. For the intermediate range $\bar{\beta}(r) < \beta \leq \tilde{\beta}(r)$, some but not all egoists will switch. Those who switch will be the ones closest to the altruist cluster, and hence the altruist cluster can spread. Hence, for parameter values in this intermediate range, altruist clusters can expand at the edges but are punctured from within. We illustrate this case with an example where $n = 50$, $k = 8$ and $\beta = 2.89 < \tilde{\beta}(r) = 2.9091$. Figure 2 shows a case in which the population share of altruists grows in the short run but altruists are eventually eliminated from the population, where the shaded area represents the initial seed of altruists.

Putting together the above arguments and applying them iteratively, we find that if $\beta > \tilde{\beta}(r)$ and the initial state $s(0)$ belongs to $L(3r, 3r)$, then altruist clusters will expand and egoist clusters contract as long as the condition $s \in L(3r, 3r)$ continues to be satisfied. Eventually a state will be reached in which at least one egoist cluster is shorter than $3r$, while all altruist clusters are at least $5r$ in length. The dynamics from this point onwards are much more difficult to characterize, but it can be shown that the following holds (see the appendix for a proof):

PROPOSITION 1. *Suppose $\beta > \tilde{\beta}(r)$ and the initial state $s(0) \in L(3r, 3r)$. Then there exists τ such that $\rho(t) \geq 0.5$ for all $t \geq \tau$.*

The set of initial conditions for which the above result applies is very restrictive in probabilistic sense, particularly when k is relatively large.

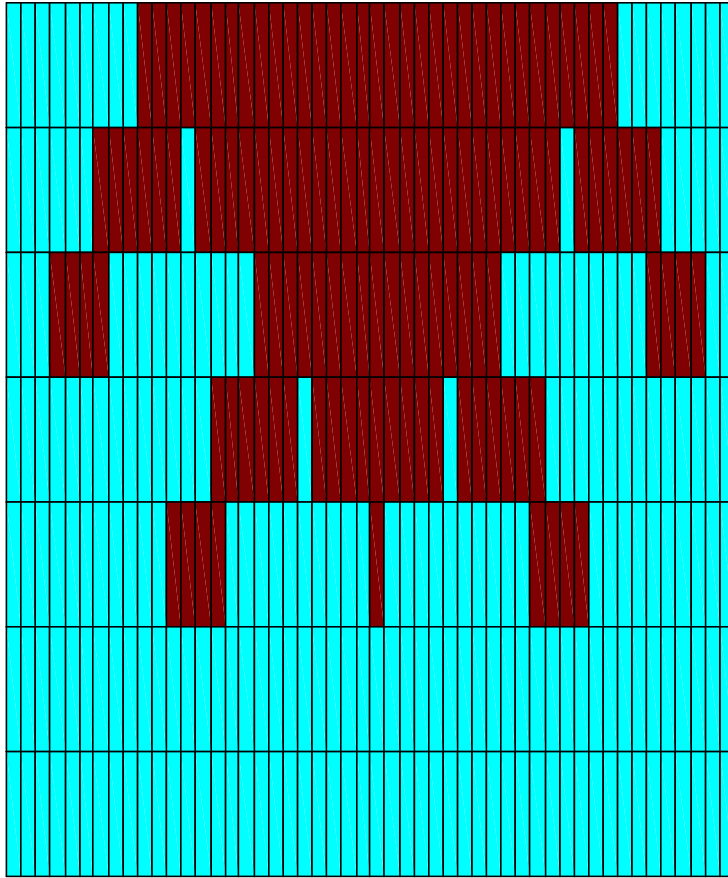


Figure 2: Evolution of an Altruist Cluster when $\beta < \tilde{\beta}(r)$

Furthermore, the result does not cover the case of $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$. The same logic that underlies the proof of this proposition, however, leads us to conjecture that the following statements are true:

1. Suppose $\beta > \tilde{\beta}(r)$ and the initial state $s(0)$ contains at least one altruist cluster of length greater than or equal to $3r$. Then there exists τ such that $\rho(t) > 0$ for all $t \geq \tau$.
2. Suppose $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$ and the initial state $s(0)$ contains at least one egoist. Then there exists τ such that $\rho(t) = 0$ for all $t \geq \tau$.

The first of these claims applies to a set of initial conditions that is very large in the empirically relevant case in which the population size is considerably larger than the interaction radius. The second applies to all states except the single state in which all individuals are altruists. Taken together, these claims imply that $\tilde{\beta}(r)$ is a bifurcation value below which a large number of states in which the majority of individuals are altruists lose stability: when $\beta > \tilde{\beta}(r)$ the long run viability of altruism is practically ensured, while when $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$, altruism is not viable under any initial conditions. Since $\tilde{\beta}(r)$ decreases in r for fixed n , this implies that “dense” networks can be more conducive to the evolution of altruism, where a network is said to be denser, as individuals in the networks are connected with more individuals.

The above claims can be investigated numerically as follows. Define $\beta_\epsilon^+ = \tilde{\beta}(r) + \epsilon$ and $\beta_\epsilon^- = \tilde{\beta}(r) - \epsilon$. For some given population size n and a range of values for the interaction radius r , the dynamics are simulated for a large number of randomly selected initial states, using

parameters β_ϵ^+ and β_ϵ^- . Each simulation results in convergence to some absorbing state or cycle. Given the population size and interaction radius, we compute the limiting share of altruists from the given initial s and benefit-cost ratio $\beta \in \{\beta_\epsilon^+, \beta_\epsilon^-\}$. Different initial conditions s will, in general, result in different values of the limiting share. To test the claims made above, we partition the set of initial conditions according to the size of the largest altruist cluster l . Let $F(a, b)$ denote the set of initial conditions in which the largest altruist clusters are of length at least a but strictly less than b . Each cell in Tables 1–5 reports the mean of this limiting share of altruists over the set of initial states according to $F(a, b)$ for the configured parameter values.⁵

$r = 1$	$F(r, 2r)$	$F(2r, 3r)$	$F(3r, 4r)$	$F(4r, 5r)$	$F(5r, n)$
$\beta_{1.000}^+$	0	0	0.9298	0.9157	0.9094
$\beta_{0.100}^+$	0	0	0.9306	0.9157	0.9093
$\beta_{0.001}^+$	0	0	0.9306	0.9157	0.9094
$\beta_{0.001}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{0.100}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{1.000}^-$	0	0	0	0	0

Table 1. Mean Share of Altruists in the Steady States when $r = 1$

⁵These results are based on $n = 200$ and r ranging from 1 to 5. We choose ϵ to be 0.0001, 0.1, and 1. For each parameter configuration 100,000 randomly selected initial conditions are explored. The total number of possible initial conditions is $2^{5000} \approx 2 \times 10^{1505}$. The case of $F(1, r)$ is not presented in the Tables since the altruist proportions are all zero.

$r = 2$	$F(r, 2r)$	$F(2r, 3r)$	$F(3r, 4r)$	$F(4r, 5r)$	$F(5r, n)$
$\beta_{1.000}^+$	0	0.4232	0.6824	0.8650	0.9684
$\beta_{0.100}^+$	0	0	0.2235	0.4387	0.9749
$\beta_{0.001}^+$	0	0	0.2238	0.4388	0.9749
$\beta_{0.001}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{0.100}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{1.000}^-$	0	0	0	0	0

Table 2. Mean Share of Altruists in the Steady States when $r = 2$

$r = 3$	$F(r, 2r)$	$F(2r, 3r)$	$F(3r, 4r)$	$F(4r, 5r)$	$F(5r, n)$
$\beta_{1.000}^+$	0	0.0303	0.1370	0.5339	0.9716
$\beta_{0.100}^+$	0	0	0.0439	0.1733	0.9709
$\beta_{0.001}^+$	0	0	0.0439	0.1498	0.9709
$\beta_{0.001}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{0.100}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{1.000}^-$	0	0	0	0	0

Table 3. Mean Share of Altruists in the Steady States when $r = 3$

$r = 4$	$F(r, 2r)$	$F(2r, 3r)$	$F(3r, 4r)$	$F(4r, 5r)$	$F(5r, n)$
$\beta_{1.000}^+$	0	0.0079	0.0924	0.5048	0.9520
$\beta_{0.100}^+$	0	0	0.0137	0.0711	0.9602
$\beta_{0.001}^+$	0	0	0.0096	0.0524	0.9604
$\beta_{0.001}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{0.100}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{1.000}^-$	0	0	0	0	0

Table 4. Mean Share of Altruists in the Steady States when $r = 4$

$r = 5$	$F(r, 2r)$	$F(2r, 3r)$	$F(3r, 4r)$	$F(4r, 5r)$	$F(5r, n)$
$\beta_{1.000}^+$	0	0.0027	0.0787	0.5523	0.9510
$\beta_{0.100}^+$	0	0	0.0114	0.1328	0.9518
$\beta_{0.001}^+$	0	0	0.0081	0.0274	0.9498
$\beta_{0.001}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{0.100}^-$	0	0	0	0	0
$\beta_{1.000}^-$	0	0	0	0	0

Table 5. Mean Share of Altruists in the Steady States when $r = 5$

In all simulations, regardless of interaction radius r , all altruists are eliminated in the long run whenever $\beta = \beta_\epsilon^- < \tilde{\beta}(r)$. This can be seen by observing that the mean share of altruists in steady state or cycle is zero for all classes when $\beta = \beta_\epsilon^-$. When $\beta = \beta_\epsilon^+ > \tilde{\beta}(r)$, on the other hand, the long-run population share of altruists depends on whether the initial state contains a sufficiently large cluster of altruists. Table 1-5 show that whenever the size of the largest altruists clusters l in initial

states are greater than or equal to $3r$, if the initial altruists clusters are large enough, they can survive and spread under the dynamics, and take majority of the population in the steady state. With this set of initial conditions, altruism is potentially viable but not ensured. However it also seems to be possible to sustain altruists in the steady state even when $l < 3r$ as long as the benefit-cost ratio is large enough, as strictly positive means at $F(2r, 3r)$, when $\beta = \beta_{1.000}^+ > \tilde{\beta}(r)$, suggest.

The above simulations provide strong numerical support for our claims. For the special case $r = 2$, the second of these claims can be proved analytically (see the appendix for a proof).

PROPOSITION 2. *Suppose $r = 2$, and $\beta < \tilde{\beta}(r)$. Then, after a finite number of periods, an absorbing state is reached in which all players are egoists.*

The proof in this simple case shows how the puncturing of altruist clusters can lead to the collapse of altruism in the steady state.

5. Conclusions

We have investigated the effects of changes in neighborhood size on the survival and stability of cooperative behavior in a local interaction environment. The viability of cooperative behavior depends in a systematic way on neighborhood size and the benefit-cost ratio. We identified for each interaction radius a critical value of the benefit-cost ratio which serves as the threshold below which cooperation cannot be sustained. When the benefit-cost ratio falls below this threshold, the incidence of cooperation can increase for some time, but eventually collapses as large

altruist clusters are punctured and erode from within. Since the threshold itself declines as the interaction radius rises, there is a precise sense in which “dense” networks are more conducive to the evolution of cooperation. Hence the overall effect of increasing the density of network on the viability of altruism is not clear. On one hand, it can induce more altruism since the required benefit-ratios of altruistic action is lower. On the other hand, the chance that a large enough altruist cluster that can spread and survive in the population is smaller in probabilistic sense. However given the existence of a large enough altruist cluster, cooperation is more rather than less likely as a long-run outcome in societies in which individuals have more numerous social neighbors.

An interesting direction for future research is the exploration of *irregular* networks. Regular networks studied in the literature to date satisfy two important properties. First, each individual has the same number of neighbors and, provided that this number is not too low, the proportion of one’s neighbors who are also connected to each other is very high. In other words, such networks exhibit a high degree of clustering or cliquishness: two persons who are connected to each other have a large number of social neighbors in common. Second, the average distance or “degrees of separation” between two individuals (defined as the length of the shortest sequence of connected individuals which contains both of them) can be very large. Such networks are said to have high *characteristic path length*. However, there is considerable evidence that real world social networks satisfy the first property (high clustering) but have remarkably *low* characteristic path length (Watts and Strogatz, 1998, Watts, 1999). Whether

or not cooperation is viable such “small world” networks is an important question to consider, but one which is beyond the scope of the present paper.

6. Appendix

Proof of Proposition 1

We shall prove that if $s(0) \in L(3r, 3r)$ and $\beta > \tilde{\beta}(r)$ then there exists τ such that for all $t \geq \tau$, $s(t) \in L(3r, 0) \cap U(n, 3r)$, from which the result follows. We begin with the following results (the first two of which follow from the discussion in the text):

Lemma 1. Suppose $s(t) \in L(3r, 2r)$. Then $s_i(t) = 1 \Rightarrow s_i(t+1) = 1$ (all altruists remain altruists) if and only if $\beta > \tilde{\beta}(r)$.

Lemma 2. Suppose $s(t) \in L(2r, 3r)$. Then $s_i(t) = 0$ and $\sum_{j=i-r}^{i+r} s_j(t) \neq 0 \Rightarrow s_i(t+1) = 1$ if and only if $\beta > \tilde{\beta}(r)$.

Lemma 3. Suppose that $\beta > \tilde{\beta}(r)$ and $s(t) \in L(3r, 2r+1)$. Then all altruist clusters expand and all egoist clusters contract.

Proof of Lemma 3. From Lemma 1, all altruist clusters expand or survive. From Lemma 2, all egoist clusters of length at least $3r$ contract. If we can show that all egoist clusters of length l with $2r+1 \leq l \leq 3r-1$ also contract then it follows from Lemma 1 that all altruist clusters expand. Accordingly, let the players $\{1, \dots, l\}$ constitute such a cluster. By hypothesis, this cluster must be adjacent (on either side) to an altruist cluster of length at least $3r$. Exactly $l-2r > 0$ players in the egoist cluster $\{1, \dots, l\}$ are in homogeneous egoist neighborhoods and thus will not switch. To see which, if any, of the remaining egoists switch, consider the egoist players m , where $m \in \{1, \dots, r\}$. From the perspective of player m , the average altruist payoff $\bar{\pi}_m^a$ is exactly as given in equation (4.5) in

the text:

$$\bar{\pi}_m^a = -1 + \frac{1}{4}(3r - m)\frac{\beta}{r}$$

The average egoist payoff $\bar{\pi}_m^e$ observed by player m depends on whether or not $m > l - 2r$. For all players $m \in \{1, \dots, l - 2r\}$, $\bar{\pi}_m^e$ is exactly as given in equation (4.4) in the text, and hence (using the same argument as in the text), since $\beta > \tilde{\beta}(r)$ all these egoists will switch to altruists. For $m \in \{l - 2r + 1, \dots, r\}$, on the other hand, the average egoist payoff from the perspective of player m is

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_m^e &= \left(\frac{1}{r+m}\right)\frac{\beta}{2r} \left(\sum_{i=1}^r (r+1-i) + \sum_{i=1}^{l-2r} 0 + \sum_{i=1}^{m+2r-l} i \right) \\ &= \frac{1}{4}\beta \frac{5r^2 + 3r + m^2 + 4mr - 2ml + m - 4rl + l^2 - l}{(r+m)r} \end{aligned} \quad (6.1)$$

The average payoff difference is

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e &= -1 + \frac{1}{4}(3r - m)\frac{\beta}{r} \\ &\quad - \frac{1}{4}\beta \frac{5r^2 + 3r + m^2 + 4mr - 2ml + m - 4rl + l^2 - l}{(r+m)r} \\ &= -\frac{1}{4}\beta \frac{2r^2 + 2mr + 2m^2 + 3r - 2ml + m - 4rl + l^2 - l}{(r+m)r} \end{aligned}$$

Solution: Differentiating with respect to m and simplifying yields

$$\frac{\partial(\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e)}{\partial m} = -\frac{1}{4}\beta \frac{4mr + 2m^2 + 2rl - 2r - l^2 + l}{(r+m)^2 r}$$

Since we are considering the case $m \in \{l - 2r + 1, \dots, r\}$, we have $l \leq m + 2r - 1$. Hence, provided that $2r \leq l$, the numerator of the above

expression is

$$\begin{aligned}
& 4mr + 2m^2 + 2rl - 2r - l^2 + l \\
& \geq 4mr + 2m^2 + 2r(2r) - 2r - (m + 2r - 1)^2 + 2r \\
& = m^2 + 2m + 4r - 1 > 0.
\end{aligned}$$

Therefore $\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e$ is strictly decreasing in m and if egoist m switches, then so does egoist $m - 1$ for all $m \in \{l - 2r + 2, \dots, r\}$. Together with the fact that players $\{1, \dots, l - 2r\}$ switch to altruists, this proves that the egoist cluster contracts. Hence from Lemma 1 both adjacent altruist clusters expand. Note that since $l > 2r$, the egoist cluster shrinks to a length strictly less than $2r$ in state $s(t + 1)$.

Lemma 4. Suppose that $\beta > \tilde{\beta}(r)$ and $s^t \in L(3r, 2r)$. Then all altruist clusters survive or expand and all egoist clusters survive, contract, or vanish.

Proof of Lemma 4. From Lemma 3, all egoist clusters of length greater than $2r$ contract so we need only consider clusters of length $2r$. Let the players $\{1, \dots, 2r\}$ constitute such a cluster. By hypothesis, this cluster must be adjacent (on either side) to an altruist cluster of length at least $3r$. Consider the egoist player m , where $m \in \{1, \dots, r\}$. From the perspective of player m , the average altruist payoff $\bar{\pi}_m^a$ is exactly as given in equation (4.5) above and the average egoist payoff is exactly as given in (6.1) above. As in the proof of Lemma 3 therefore, if any egoist switches then so do all egoists which are closer to an altruist cluster. Hence the egoist cluster cannot be punctured. Since all altruist clusters survive or expand from Lemma 1, the egoist cluster cannot expand. It must therefore survive,

contract or vanish.

Lemma 5. Suppose that $s^t \in L(3r, r+1)$. Then no new cluster appears, and all egoist cluster of length less than $3r$ continue to remain of length less than $3r$.

Proof of Lemma 5. To show that no new cluster appears, we need to show that no cluster is punctured, and that two heterogeneous adjacent players cannot *both* switch. Given the above results, we need only consider egoist clusters of length l where $r+1 \leq l \leq 2r-1$, and their adjacent altruist clusters. Without loss of generality, let the players $\{1, \dots, l\}$ constitute an egoist cluster with $r+1 \leq l \leq 2r-1$. By hypothesis, this cluster must be adjacent (on either side) to an altruist cluster of length at least $3r$.

Claim 1. For any $m \in \{l-r, \dots, r\}$, $s_{m+1}^{t+1} = 0$ if $s_m^{t+1} = 0$.

Proof of Claim 1. All (egoist)players m with $m \in \{l+1-r, \dots, r\}$ have the same payoffs since all have exactly l egoist neighbors. They also observe the same mean egoist payoff since they observe all egoists in the cluster. The mean altruist payoff they observe is greater for values of m closer to the boundary of the cluster. Hence if player r does not switch, neither do any of the players $\{l+1-r, \dots, r\}$. Player $l-r$ observes a higher mean altruist payoff than player $l+1-r$, and the same mean egoist payoff. Hence if $l-r$ switches, $l+1-r$ must switch.

Claim 2. For any $m \in \{1, \dots, l-r-1\}$, $s_{m+1}^{t+1} = 0$ if $s_m^{t+1} = 0$.

Proof of Claim 2. Consider player m with $m \in \{1, \dots, l - r\}$.

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_m^e(s^t) &= \frac{1}{r+m} \left(\sum_{i=1}^{l-r} \frac{\beta(r+1-i)}{2r} + \frac{(2r-l)\beta(2r+1-l)}{2r} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^m \frac{\beta(2r-l+i)}{2r} \right) \\ \bar{\pi}_{m+1}^e(s^t) &= \frac{1}{r+m+1} \left(\sum_{i=1}^{l-r} \frac{\beta(r+1-i)}{2r} + \frac{(2r-l)\beta(2r+1-l)}{2r} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{i=1}^{m+1} \frac{\beta(2r-l+i)}{2r} \right)\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_m^a(s^t) &= \frac{1}{r+1-m} \sum_{i=1}^{r+1-m} \frac{\beta(r+i-1)}{2r} - 1 \\ \bar{\pi}_{m+1}^a(s^t) &= \frac{1}{r-m} \sum_{i=1}^{r-m} \frac{\beta(r+i-1)}{2r} - 1\end{aligned}$$

Now suppose that $\bar{\pi}_m^e(s^t) - \bar{\pi}_m^a(s^t) \geq 0$ (Player m remains an egoist).

Then

$$\begin{aligned}&\bar{\pi}_{m+1}^e(s^t) - \bar{\pi}_{m+1}^a(s^t) \\ &\geq (\bar{\pi}_{m+1}^e(s^t) - \bar{\pi}_m^e(s^t)) - (\bar{\pi}_{m+1}^a(s^t) - \bar{\pi}_m^a(s^t)) \\ &= \left(-\frac{1}{4}\beta \frac{r-l-m+l^2-2rm-m^2-2rl+r^2}{(r+m+1)r(r+m)} \right) \\ &\quad - \left(-\frac{1}{4}\frac{\beta}{r} \right) \\ &= \frac{1}{4}\beta \frac{l+2m-l^2+4rm+2m^2+2rl}{(r+m+1)r(r+m)} > 0.\end{aligned}$$

Hence $s_m^{t+1} = 0$ implies that $s_{m+1}^{t+1} = 0$.

Claim 3. An altruist cluster cannot be punctured.

Proof of Claim 3. Altruist clusters adjacent to egoist clusters of length at least $2r$ cannot be punctured from Lemma 1. Accordingly, let the players $\{1, \dots, l\}$ constitute an egoist cluster with $r+1 \leq l \leq 2r-1$.

Consider altruist players $l + m$ with $m \in \{1, \dots, r\}$. For $2r - l < m \leq r$, the average payoff of altruists is given in (4.1). The average payoff of egoists is given by (4.2). By Lemma 1, that player $l + m$ remains an altruist. For $1 \leq m \leq 2r - l$, the average payoff of altruists is given in (4.1) and, for $1 \leq m \leq 2r - l$,

$$\bar{\pi}_m^e = \frac{1}{r - m + 1} \left(\frac{\sum_{i=1}^{l-r} \frac{\beta(r+1-i)}{2r}}{+ \frac{\beta(2r-l+1)(2r-l+1-m)}{2r}} \right)$$

Differentiating $\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e$ with respect to m ,

$$\frac{\partial (\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e)}{\partial m} = \frac{1}{4}\beta \frac{r+1}{(r+m)^2} - \frac{1}{4}\beta \frac{-2rl + r^2 + r - l + l^2}{(r-m+1)^2 r} \quad (6.2)$$

, where both $\frac{\partial \bar{\pi}_m^a}{\partial m}$ and $\frac{\partial \bar{\pi}_m^e}{\partial m}$ are positive. Since (6.2) is decreasing in m ,

$$\frac{\partial (\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e)}{\partial m} > \frac{1}{4}\beta \frac{r+1}{(r+(2r-l))^2} - \frac{1}{4}\beta \frac{-2rl + r^2 + r - l + l^2}{(r-(2r-l)+1)^2 r} \quad (6.3)$$

Note that the second term in (6.3) decreases in l . Substituting $r+1$ for l in the second term,

$$\begin{aligned} & \frac{\partial (\bar{\pi}_m^a - \bar{\pi}_m^e)}{\partial m} \\ & > \frac{1}{4}\beta \frac{r+1}{(r+(2r-l))^2} - \frac{1}{4}\beta \frac{-2r(r+1) + r^2 + r - (r+1) + (r+1)^2}{(r-(2r-(r+1))+1)^2 r} \\ & = \frac{1}{4}\beta \frac{r+1}{(3r-l)^2} > 0 \end{aligned}$$

Noting this, suppose now that player $l + m$ switches. For player $l + m - 1$, $\bar{\pi}^a$ decreases more than $\bar{\pi}^e$. Player $l + m - 1$ also switches. Hence the altruist cluster cannot be punctured.

Claim 4. Two heterogeneous adjacent players cannot *both* switch.

Proof of Claim 4. This follows from the above results when the egoist cluster is at least $2r$. Accordingly, let the players $\{1, \dots, l\}$ constitute an egoist cluster with $r + 1 \leq l \leq 2r - 1$. We need to show that if player l switches then player $l + 1$ does not, and if player $l + 1$ switches then player l does not. Note that

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_l^e(s^t) &= \frac{1}{r+1} \left(\frac{\sum_{i=1}^{l-r} \frac{\beta(r+1-i)}{2r} + \frac{(2r-l)\beta(2r+1-l)}{2r}}{\frac{\beta(2r-l+1)}{2r}} \right), \\ \bar{\pi}_l^a(s^t) &= \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r \left(\frac{\beta(r+i-1)}{2r} \right) - 1.\end{aligned}$$

Player l remains an egoist if and only if $\bar{\pi}_l^a(s^t) - \bar{\pi}_l^e(s^t) \leq 0$, or

$$\beta \leq \frac{4r(r+1)}{4rl - 2r^2 - 5r + 3l - 3 - l^2} = \beta''(r, l).$$

Now consider (altruist) player $l + 1$.

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_{l+1}^a(s^t) &= \frac{1}{r+1} \sum_{i=1}^{r+1} \left(\frac{\beta(r+i-1)}{2r} \right) - 1 \\ \bar{\pi}_{l+1}^e(s^t) &= \frac{1}{r} \left(\sum_{i=1}^{l-r} \frac{\beta(r+1-i)}{2r} + \frac{(2r-l)\beta(2r+1-l)}{2r} \right)\end{aligned}$$

So this player switches if and only if $\bar{\pi}_{l+1}^a(s^t) - \bar{\pi}_{l+1}^e(s^t) \leq 0$ or

$$\beta \leq \frac{4r(r+1)}{4rl - 2r^2 - 5r + 3l - 3 - l^2} = \beta''(r, l).$$

It is easily verified that $\beta'(r, l) < \beta''(r, l)$ for all r and l in the admissible range. If any altruists switch ($\beta \leq \beta'$) then all egoists remain egoists ($\beta < \beta''$). If any egoists switch ($\beta > \beta''$) then all altruists remain altruists ($\beta > \beta'$).

Claims 1-4 establish that no new clusters appear. Claim 3 establishes that, for $m \geq 2r + 1 - l$, player $l + m$ remains an altruist. Hence the egoist cluster cannot expand by more than $2r - l$ on either side, or $4r - 2l$ in all. Hence it cannot expand to exceed $4r - l \leq 3r - 1$. \parallel

Lemma 6. Suppose that $s^t \in L(3r, 1)$. Then no new cluster appears.

Proof of Lemma 6. To show that no new cluster appears, we need to show that no cluster is punctured, and that two heterogeneous adjacent players cannot *both* switch. Given the above results, we only need to consider egoist clusters of length l where $1 \leq l \leq r$, and their adjacent altruist clusters. Without loss of generality, let the players $\{1, \dots, l\}$ constitute an egoist cluster $1 \leq l \leq r$. By hypothesis, this cluster must be adjacent (on either side) to an altruist cluster of length at least $3r$. Since $l \leq r$ all (egoist) players $m \in \{1, \dots, l\}$ observe the same mean egoist payoff, given by

$$\bar{\pi}_m^e(s^t) = \frac{\beta(2r + 1 - l)}{2r}.$$

The mean altruist payoff observed by player m is

$$\begin{aligned} & \bar{\pi}_m^a(s^t) \\ &= \frac{1}{2r + 1 - l} \left(\frac{2(r-l)(2r-l)\beta}{2r} + \sum_{i=1}^m \frac{\beta(2r-l+i-1)}{2r} + \sum_{i=1}^{l-m+1} \frac{\beta(2r-l+i-1)}{2r} \right) - 1. \end{aligned}$$

This payoff $\bar{\pi}_m^a(s^t)$ is greater for values of m closer to the boundaries of the cluster $\{1, \dots, l\}$. This is because players closer to the boundary are in contact with more altruists deeper within altruist clusters and hence

with altruists who are earn higher payoffs. Hence player m switches to altruism only if all egoists closer to the boundary of the cluster $\{1, \dots, l\}$ also switch. This implies that the egoist cluster cannot be punctured.

Consider whether player l remains an egoist.

$$\bar{\pi}_l^e(s^t) - \bar{\pi}_l^a(s^t) = 1 - \frac{1}{4}\beta \frac{-4r - 2 + l + l^2}{(2r + 1 - l)r}$$

Player l (and hence all egoists) remain egoists if and only if

$$\beta \leq 4 \frac{(2r + 1 - l)r}{-4r - 2 + l + l^2} = \beta''(r, l)$$

We next show that if egoist l switches, then no altruists switch. As before, the altruist most likely to switch is player $l + 1$. This follows from the facts that (i) all egoists have the same payoffs and hence the mean egoist payoffs are the same for all altruists who observe an egoist, (ii) all altruists in N_{l+1} are also in N_{l+m} where $2 \leq m \leq r$, and (iii) any altruists in N_{l+m} who is not in N_{l+1} is in a homogeneous neighborhood and hence obtains $\beta - 1$, the highest payoff possible for an altruist is

$$\bar{\pi}_{l+1}^a(s^t) = \frac{1}{2r + 1 - l} \left(\frac{\frac{2(r-l)\beta(2r-l)}{2r}}{+ \sum_{i=1}^{l+1} \frac{\beta(2r-l+i-1)}{2r}} \right) - 1.$$

Hence

$$\begin{aligned} & \bar{\pi}_{l+1}^e(s^t) - \bar{\pi}_{l+1}^a(s^t) \\ &= \frac{\beta(2r + 1 - l)}{2r} - \frac{\frac{2(r-l)\beta(2r-l)}{2r} + \sum_{i=1}^{l+1} \frac{\beta(2r-l+i-1)}{2r}}{2r + 1 - l} + 1 \\ &= 1 - \frac{1}{4}\beta \frac{-4r - 2 + 3l + l^2}{(2r + 1 - l)r} \end{aligned}$$

Player $l + 1$ switches if and only if

$$\beta \leq \frac{4(2r + 1 - l)r}{-4r - 2 + 3l + l^2} = \beta'(r, l).$$

Note that $\beta'(r, l) < \beta''(r, l)$. Hence if $\beta > \beta''(r, l)$, which makes one or more egoists switch, then $\beta > \beta'(r, l)$, so all altruists remain altruists. In this case no new cluster appears. On the other hand if $\beta \leq \beta'(r, l)$, so that one or more altruists switch, then $\beta < \beta''(r, l)$, so all egoists remain egoists. Again no new cluster appears. Finally, if $\beta'(r, l) < \beta \leq \beta''(r, l)$, then no player in the egoist cluster and no adjacent altruist player switches. In this case too, no new cluster appears. \parallel

The proof of Proposition 1 may now be completed as follows. If $s^0 \in L(3r, 3r)$ then from Lemmas 1 and 2, all altruist clusters expand by $2r$ and all egoist clusters contract by $2r$ until some period t_1 in which one or more egoist clusters are shorter than $3r$. In this period, all altruist clusters are of length at least $5r$, and egoist clusters fall into one of five categories; (I) length $l \geq 3r$, (II) $2r + 1 \leq l \leq 3r - 1$, (III) $2r = l$, (IV) $r + 1 \leq l \leq 2r - 1$, or (V) $1 \leq l \leq r$. From Lemmas 2-6 Clusters in categories (I) and (II) contract, those in (III) survive, contract or vanish, and those in (IV) and (V) expand, contract, survive or vanish but cannot expand to exceed length $3r$. Hence no egoist cluster can return to category (I) after leaving it, and no altruist cluster can contract to a length less than $3r$. Since all egoist clusters in category (I) contract in each period from Lemma 2, they must eventually fall into another category. Hence there exists τ such that for all $t \geq \tau$, $s^t \in L(3r, 0) \cap U(n, 3r)$. Since egoist and altruist clusters alternate by definition, ρ^t must be at least 0.5 at all states s^t such that $t \geq \tau$. \blacksquare

Proof of Proposition 2

We start with two lemmata for any r .

Lemma 7. Suppose that $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$. Then all altruist clusters of length at least $2r$ contract or are punctured.

Proof of Lemma 7. Suppose $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$ and let the players $\{1, \dots, l\}$ constitute an altruist cluster, where $l \geq 2r$. Consider player $l + 1 - r$. Note that this player has only one egoist neighbor, player $l + 1$. Hence $\bar{\pi}_{l+1-r}^a - \bar{\pi}_{l+1-r}^e = \bar{\pi}_{l+1-r}^a - \pi_{l+1}$. We claim that this difference is greatest when players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all egoists. To see this, observe that if any number m of these players switches from E to A then π_{l+1} increases by $\beta m / 2r$ while $\bar{\pi}_{l+1-r}^a$ increases by strictly less than $\beta m / 2r$. This is because at most $r - 1$ of the altruists in the set $\{l + 1 - 2r, \dots, l\}$ have their payoffs raised, and these payoffs are raised by at most $\beta m / 2r$. The remaining altruists experience no change in payoff. This proves that $\bar{\pi}_{l+1-r}^a - \bar{\pi}_{l+1-r}^e$ is maximized when players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all egoists. Hence if altruist $l + 1 - r$ switches when players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all egoists, then altruist $l + 1 - r$ will also switch regardless of the composition of $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$. Accordingly, suppose that players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all egoists. First consider the case $l \geq 3r$. Then

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_{l+1-r}^a - \bar{\pi}_{l+1-r}^e &= \frac{1}{2r} \left(\sum_{i=1}^r \frac{\beta(r+i-1)}{2r} + r\beta \right) - 1 - \frac{\beta r}{2r} \\ &= \frac{1}{8r} (3r\beta - \beta - 8r) \end{aligned}$$

Hence if $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$, altruist $l + 1 - r$ switches, so the cluster $\{1, \dots, l\}$ either contracts or is punctured. Next consider the case $2r \leq l < 3r$. In this case $\bar{\pi}_{l+1-r}^e$ is the same as it would be when $l \geq 3r$, while $\bar{\pi}_{l+1-r}^a$ is strictly less than it would be when $l \geq 3r$. Since altruist $l + 1 - r$ switches when

$l \geq 3r$, this player must also switch when $2r \leq l < 3r$. \parallel

Lemma 8. Suppose that $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$. Then any egoist who have only one altruist in his neighborhood remain as egoist.

Proof of Lemma 8. Suppose $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$. The egoist we consider must belong to the egoist cluster of length at least $2r$. Let the players $\{1, \dots, l\}$ constitute an egoist cluster, where $l \geq 2r$. Consider player $l + 1 - r$. Note that this player has only one altruist neighbor, player $l + 1$. Hence $\bar{\pi}_{l+1-r}^a - \bar{\pi}_{l+1-r}^e = \pi_{l+1} - \bar{\pi}_{l+1-r}^e$. We claim that this difference is greatest when players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all altruists. To see this, observe that if any number m of these players switches from A to E then π_{l+1} decreases by $\beta m/2r$ while $\bar{\pi}_{l+1-r}^e$ decreases by strictly less than $\beta m/2r$. This is because at most $r - 1$ of the egoists in the set $\{l + 1 - 2r, \dots, l\}$ have their payoffs decreased, and these payoffs are decreased by at most $\beta m/2r$. The remaining egoists experience no change in payoff. This proves that $\pi_{l+1} - \bar{\pi}_{l+1-r}^e$ is maximized when players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all altruists. Hence if egoist $l + 1 - r$ remain an egoist when players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all altruists, then egoist $l + 1 - r$ will also remain an egoist regardless of the composition of $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$. Accordingly, suppose that players $\{l + 2, \dots, l + r + 1\}$ are all altruists. First consider the case $l \geq 3r$. Then

$$\begin{aligned} \bar{\pi}_{l+1-r}^a - \bar{\pi}_{l+1-r}^e &= \frac{\beta r}{2r} - 1 - \frac{1}{2r} \left(\sum_{i=1}^r \frac{\beta i}{2r} \right) \\ &= \frac{1}{8r} (3r\beta - \beta - 8r) \end{aligned}$$

Hence if $\beta \leq \tilde{\beta}(r)$, egoist $l + 1 - r$ remains an egoist. Next consider the case $2r \leq l < 3r$. In this case $\bar{\pi}_{l+1-r}^e$ is strictly greater than it would be

when $l \geq 3r$, while $\bar{\pi}_{l+1-r}^a$ is the same as it would be when $l \geq 3r$. Since egoist $l + 1 - r$ remains when $l \geq 3r$, this player must also remain an egoist when $2r \leq l < 3r$. \parallel

Now assume that $r = 2$ and thus $\tilde{\beta}(2) = \frac{16}{5}$. Let $A(m)$ denote the altruist cluster of length m and $E(m)$ for the egoist cluster of length m . Let a and e with superscript $*$ is the player in $A(m)$ and $E(m)$ respectively, while $a(e)$ be any other altruist(egoist). Let x denote the player with the unspecified type. Lemma 8 implies that with $r = 2$, the egoist cluster is never punctured. This and Lemma 7 implies that any newly formed altruist cluster will be of length at most 2.

Claim 1. All the altruist in $A(m)$ for $m \leq 4$ switch to egoist.

Proof of Claim 1. Note that we can possibly consider two type of altruists in $A(m)$: either (*Case I*) all the egoist in his neighborhood has only one altruist neighbor, namely the altruist in $A(m)$, or (*Case II*) at least one egoist in the neighborhood whose payoff is at least $\frac{2}{4}\beta$. *Case I* is feasible iff $e, e, e, e, a^*, e, e, e, e$. where it is easy to see that this altruist will switch to egoist next period(this is true for any β). *Case I* implies that if not *Case I*, all the altruists in $A(m)$ have at least one egoist neighbor whose payoff is at least $\frac{2}{4}\beta$.

Now consider *Case II*. There are two possible cases: either (*Case II-1*) at least one altruist in his neighborhood has the payoff of less than $-1 + \frac{3}{4}\beta$ or (*Case II-2*) all altruist neighbors including himself have the payoff $-1 + \frac{3}{4}\beta$. In *Case II-2*, all the egoist the altruists face have the payoff $\frac{3}{4}\beta$. Thus these altruists will convert to egoist. Consider *Case II-1*. There are two possible cases for this: either there is only one egoist neighbor for

$A(m)$ who has at least two altruist neighbors or there are more than one such egoist neighbor. The first is only feasible with $x_1, x_2, a, e, a^*, e, e, e, e$ (and its mirror $e, e, e, e, a^*, e, a, x_2, x_1$). The best case for the altruist a^* to remain an altruist is when $x_1 = x_2 = a$. In this case

$$\bar{\pi}^a - \bar{\pi}^e = \frac{1}{12}\beta - 1 \leq -\frac{11}{15} < 0$$

Hence this altruist player will switch to egoist. For the second case, the maximum of $\bar{\pi}^a$ among $A(m)$ is

$$\bar{\pi}^a = \frac{\frac{2}{4}\beta + (n-1)\frac{3}{4}\beta}{n} - 1 \quad \text{for } n = 1, 2, 3$$

while the minimum of the average payoff of egoist around the altruist in $A(m)$ is

$$\bar{\pi}^e = \frac{2\frac{2}{4}\beta + (5-n-2)\frac{1}{4}\beta}{5-n} \quad \text{for } n = 1, 2, 3$$

The difference is

$$\bar{\pi}^a - \bar{\pi}^e = \frac{1}{4} \frac{5\beta - 9\beta n + 2\beta n^2 + 20n - 4n^2}{n(-5+n)}$$

which is increasing in β for all n . Substituting $\frac{16}{5}$ for β and then we have

$$\bar{\pi}^a - \bar{\pi}^e = -\frac{1}{5} \frac{20 - 11n + 3n^2}{n(5-n)} < 0$$

Claim 2. All the egoist in $E(m)$ for $m \leq 4$ will remain an egoist.

Proof of Claim 2. All the egoist neighbors of the egoist in $E(m)$ including himself is of payoff at least $\frac{1}{4}\beta$. There are possibly two types of egoists: either (*Case I*) all the egoist in the neighborhood including himself face only one altruist. or (*Case II*) at least one egoist in the

neighborhood including himself has the payoff of at least $\frac{2}{4}\beta$. *Case I* is feasible iff the altruist neighbor is surrounded by egoists and thus the average payoff of this altruist is $-1 + \frac{1}{4}\beta$. Thus $\bar{\pi}^a < \bar{\pi}^e$ for the egoists in $E(m)$. Now consider *Case II*. Notice that amongst the altruist neighbors that the egoist in $E(m)$ face, there exist at least one altruist neighbor whose payoff is less than $-1 + \frac{3}{4}\beta$, except the case of

$$a, a, a, a, e^*, a, a, a, a$$

in which case the egoist will survive as egoist. Other than this case, we can possibly consider two separate cases: either (*Case II-1*) there is only one altruist whose payoff is at most $-1 + \frac{2}{4}\beta$ in the neighborhood of $E(m)$ or (*Case II-2*) there are more than one such altruist. *Case II-1* is feasible only with $x_1, x_2, e, a, e^*, a, a, a, a$ (and its mirror image) and $e, a, a, a, e^*, a, a, a, a$ (and its mirror image). It is easy to see that e^* will remain in the latter case. For the first case, the best situation for the egoist e^* to switch to altruist is $x_1 = x_2 = e$. In this case, $\bar{\pi}^e = \frac{1}{2}(\frac{3}{4}\beta + \frac{1}{4}\beta) = \frac{1}{2}\beta$ and $\bar{\pi}^a = \frac{1}{3}(\frac{6}{4}\beta + \frac{1}{4}\beta) - 1 = \frac{7}{12}\beta - 1$. Thus $\bar{\pi}^a - \bar{\pi}^e = \frac{1}{12}\beta - 1 < -\frac{11}{15} < 0$. Hence the egoist will remain as egoist. Now consider *Case II-2*. The minimum average payoff of egoists in $E(m)$ is

$$\bar{\pi}^e = \frac{\frac{2}{4}\beta + (5 - n - 1)\frac{1}{4}\beta}{5 - n} \quad \text{for } n = 2, 3, 4$$

while the maximum average payoff of altruists in $E(m)$ is

$$\bar{\pi}^a = \frac{2\frac{2}{4}\beta + (n - 2)\frac{3}{4}\beta}{n} - 1 \quad \text{for } n = 2, 3, 4$$

Hence

$$\bar{\pi}^a - \bar{\pi}^e = -\frac{1}{4} \frac{10\beta - 11\beta n + 2\beta n^2 + 20n - 4n^2}{n(5-n)}$$

which is increasing in β . Substituting $\frac{16}{5}$ for β , $\bar{\pi}^a - \bar{\pi}^e = -\frac{1}{5} \frac{40-19n+3n^2}{n(5-n)} < 0$.

What remains to be shown is that the newly created altruist cluster after punctured by egoists will eventually disappear without expanding indefinitely into the egoist cluster. We claim that this newly created altruist cluster will disappear in the very next period without seeding altruist in the egoist cluster.

Claim 3. The altruist in $A(m)$ for $m = 1, 2$ disappear and do not expand.

Proof of Claim 3. For $m = 1$, we have the following situation;

$$\dots e_2, a^*, e_1, \dots$$

By Claim 1, a^* will switch to egoist. We need to show that the surrounding egoists e_1 (e_2) will remain as egoist in the next period. This is sufficient since the egoist cluster can not be punctured by Lemma 8 for $r = 2$. We will consider e_1 only since the result also applies to e_2 by symmetry. By Claim 2, it is sufficient to consider the case of $x_1, x_2, e_2, a^*, e_1, E(4)$. It is easy to see that the worst situation for e_1 to remain an egoist is $x_1 = e$ and $x_2 = a$. In this case, $\bar{\pi}_{e_1}^a - \bar{\pi}_{e_1}^e = -1 < 0$ Thus e_1 will remain an egoist.

Suppose now $m = 2$. Following argument for $m = 1$, it is sufficient to consider the case of $x, e_2, a^*, a^*, e_1, E(4)$. The worst situation for e_1 to

remain an egoist is $x = a$. Then

$$\begin{aligned}\bar{\pi}_{e_1}^e &= \frac{\frac{2}{4}\beta + \frac{1}{4}\beta}{3} = \frac{1}{4}\beta \\ \bar{\pi}_{e_1}^a &= \frac{\frac{2}{4}\beta + \frac{1}{4}\beta}{2} - 1 = \frac{3}{8}\beta - 1\end{aligned}$$

Hence $\bar{\pi}_{e_1}^a - \bar{\pi}_{e_1}^e = \frac{1}{8}\beta - 1$. Substituting $\frac{16}{5}$ for β , $\bar{\pi}_{e_1}^a - \bar{\pi}_{e_1}^e < -\frac{3}{5} < 0$. Thus e_1 will remain as egoist.

The proof of Proposition 2 can be completed as follows. By Lemma 7, the altruist cluster of length at least $2r$ either contracts until its length is less than or equal to $2r$ and then it disappears by Claim 1 and 3 or it is punctured and the newly created altruist cluster, whose length is at most $2r$ by Lemma 8, disappears without expansion by Claim 1 and 3. Eventually the length of the cluster reaches at most $2r$, at the point in which it disappears.

Bibliography

- [1] P. S. Albin and D. K. Foley, The Co-evolution of Cooperation and Complexity in a Multi-player, Local-interaction Prisoners' Dilemma, *Complexity*, forthcoming.
- [2] T. Bergstrom and O. Stark, How Altruism can Prevail in an Evolutionary Environment, *American Economic Review Papers and Proceedings* **83** (1993), 149-155.
- [3] I. Eshel, On the Neighborhood Effect and the Evolution of Altruistic Traits, *Theoretical Population Biology* **3** (1972), 258-277.
- [4] I. Eshel, L. Samuelson and A. Shaked, Altruists, Egoists, and Hooligans in a Local Interaction Model, *American Economic Review* **88** (1998), 157-179.
- [5] I. Eshel, E. Sansone and A. Shaked, The Emergence of Kinship Behavior in Structured Populations of Unrelated Individuals, (1999a), mimeo.
- [6] I. Eshel, D. Herreiner, L. Samuelson, E. Sansone, and A. Shaked, Cooperation, Mimesis, and Local Interaction, (1999b), mimeo.
- [7] M. A. Nowak, and R. M. May, Evolutionary Games and Spatial Chaos, *Nature* **359** (1992), 826–829.
- [8] M. A. Nowak, and R. M. May, The Spatial Dilemmas of Evolution, *International Journal of Bifurcation and Chaos* **3** (1993), 35-78.

- [9] D. Watts, and S. H. Strogatz, Collective dynamics of ‘small-world’ networks, *Nature* **393** (1998), 440-442.
- [10] D. Watts, “Small Worlds,” Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1999.

Review of Fiscal Studies

A Biannual Journal Published by the Korea Institute of Public Finance
Vol. 8, No. 1 Dec. 2001

ABSTRACT

Allowance for Corporate Equity and the Cost of Capital

Taewon Kwack

The adoption of ACE(allowance for corporate equity) turns a corporation income tax into a tax on economic profit if the depreciation rate used in tax accounting is equal to the economic depreciation rate.

Under the ACE system, we show, the gaps in the cost of capital by the methods of financing disappear when the personal income tax rate for capital gains is not different from that for dividend income. In practice, however, capital gains are treated differently from ordinary income in most countries. In Korea, capital gains from listed securities are not taxed at all. In this case, the ACE system fails to bring the neutrality in corporate financing.

A Model of Indirect Taxation Under Lobbying activity

Inho Lee

Recently governments finance more of public expenditure using indirect tax. Since indirect tax has regressive income distribution effect, most governments has been avoiding it as the means to raise revenue. However as the recent U.K. experience under the Labor government shows, indirect taxation appears causing less of political difficulties than, for instance, income tax or poll tax. Indeed Thatcher government failed mainly because of the attempt to impose poll tax, which was met by great amount of tax resistance although it has similar regressive income distribution effect as indirect tax. Political parties who try to maximize the probability of winning the election may find the acceptance of the indirect taxation by general public attractive.

The theory of optimal taxation has long considered the efficient way to impose indirect tax. The agreement on the efficient way to impose indirect tax is provided by several economic analyses. It is to avoid distortion in the consumption due to the price change after indirect tax. But, questions remain; since the price change due to indirect tax necessarily alters the sales of the producers, they have an incentive to influence the government in such a way that the resulting tax policy is favorable to them. Hence there is likely a competition among firms to lobby the government in their favor. The present paper analyzes the problem of indirect taxation when the firms can lobby the government.

Recent literature in common agency considers the situation one agent undertakes an action which affects multiple principals. In common agency

model multiple principals offer menus of contracts to induce one agent to choose a preferred action. The framework of common agency can be applied to our analysis. Under the international trade, domestic firms may try to influence the government using lobbying contribution so that favorable tariff is imposed against the rest of the world. We apply the intuition to the determination of commodity tax policy.

In the present context, the government sets the indirect tax rate which affects the profit of multiple firms. Each firm is a monopolist in its own market and thus sets the product price to maximize the profit. Since the indirect tax is subtracted to yield the net profit, the firms have an incentive to influence the government in such a way that the reduction in the profit due to the indirect tax is minimal. Since the firms compete for the favors of the government, the lobbying contribution schedule cannot be fixed exogenously. In the common agency framework the incentive of the firms to lobby the government has to be compatible with the menu the firms offer to the government and thus we can pin down the optimal lobbying contribution schedule endogenously.

After solving for the truthful equilibrium which is the main result of the paper, we represent that the equilibrium is stable but inefficient through numerical method. We show the fact that though indirect taxation may be “relatively” efficient, it is only second best due to its imperfection.

Local Tax Revenue Forecast and Factor Analysis in Seoul

Hyun-A Kim

The purpose of this study is to explore methods of local tax revenue forecast and to find out the reasons why local tax revenue changes. The empirical investigation provides several methods and values of computing the forecasts, such as ARIMA, VAR and Log-linear regression. Unit-root test and cointegration-test are devoted to more elaborate specifications and to various complications that arise in the application of this study. Furthermore, factor analysis identifies a set of relationships among economic variables. Finally, the contribution of this paper is that local tax revenue may be one of the fundamentals in reality, whereas it has been treated as policy manners.

原稿作成 要領

1. 원고는 한글과 漢字를 섞어서 작성한다. 漢字는 원칙적으로 學術用語, 專門用語, 固有 名詞 및 문장의 中心語句를 표기할 때 또는 한글로 표기하였을 때 뜻이 분명하지 않거나 문맥을 빨리 이해할 수 없는 경우에 한하여 사용한다.
2. 外來語는 ‘外來語 表記法’에 따라 적는 것을 원칙으로 한다. 단 인명, 지명 등이 漢字로 표시된 경우, 인용논문의 저자 이름을 표기할 경우 또는 적절히 국문으로 바꿀 수 없는 特殊 學術用語 등은 외래어를 그대로 적을 수 있다.
3. 表와 그림의 내용은 본문이나 참고문헌 등을 참조하지 않고, 表나 그림만을 보고 이해할 수 있도록 작성하여야 한다.
4. 각주의 기입사항은 著者名, 書名, 發行地名, 發行年度, 페이지수 등의 순서대로 적는 것을 원칙으로 하나, 引用論文을 표기할 때 간단한 경우는 각주로 처리하지 않고 본문중에서 ‘저자명(출판연도)’의 형태로 쓸 수 있다.
5. 본문과 각주에서 언급된 모든 문헌의 자세한 정보는 논문 말미의 참고문헌에서 밝힌다. 본문과 각주에서 언급되지 않은 문헌은 참고문헌에 포함하지 않는다. 참고문헌은 國文 또는 漢字로 표기한 외국문헌을 저자명에 따라 가나다순으로 먼저 기재하고, 이어서 서양문헌을 저자의 姓(last name) 또는 기관명에 따라 ABC순으로 기재한다.
6. 기타 세부 편집사항은 『財政研究』編輯委員會의 규정에 따른다.

『재정연구』 원고모집

1. 『재정연구』는 재정을 비롯하여 노동, 환경, 농업 등 광범위한 분야의 경제학 관련 학술논문을 모집하고 있습니다(『재정연구』에 제출하는 논문은 다른 국내외 학술지에 게재되었거나 심사중이지 않은 것이어야 합니다).
2. 『재정연구』는 ‘연구논문’과 ‘정책논문’ section으로 나뉘어지며, 매호 3~4편의 연구논문과 1~2편의 정책논문을 게재할 예정입니다(논문을 투고하실 때 연구논문, 또는 정책논문 여부를 알려주시기 바랍니다).
3. 제출되는 논문에 대해서는 전문 학술지가 요구하는 **referee** 과정을 거치게 되며, 채택된 원고에 대해서는 논문 1편당 **300만원**의 원고료를 지급합니다.
4. 저희 한국조세연구원에서는 『東湖논문상』을 제정하였습니다. 이 상은 『재정연구』에 실린 1년 동안의 논문 중 최우수논문 1편, 우수논문 1편에 수여되며 부상으로 각각 **200만원**과 **100만원**이 추가로 지급됩니다(최우수논문이 없을 경우 우수논문 2편을 선정합니다).
5. 『재정연구』에 투고하는 논문은 제목(국문, 영문), 저자명(국문, 영문, 한문), 본문, 국문초록(한글 400자 이내), 영문초록(영문 200단어 이내), 참고문헌으로 구성되어야 하며, ‘호클’ 또는 MS Word 파일(이외의 파일은 원고출력분 3부)로 제출하시기 바랍니다.
6. 『재정연구』는 연속간행물로서 원고는 특정 마감일 없이 **항시 모집**하고 있습니다.
7. 논문은 e-mail 또는 일반우편으로 받으며 주소는 아래와 같습니다.
e-mail : junkim@kipf.re.kr
팩 스 : (02) 2186-2066
일반우편 : 서울특별시 송파구 가락동 79-6 한국조세연구원 ☎138-774
김정훈(『재정연구』 편집위원장)
8. 기타 투고 및 편집에 관한 자세한 사항은 김정훈박사(2186-2228, junkim@kipf.re.kr)에게 문의하여 주시기 바랍니다.