

資料包絡分析法 및 그 變形技法을
 통한 公共部門의 生産性 測定 :
 韓國 中小都市의 生産性 分析

1998. 3.

文 春 傑

Kipf 한국조세연구원

序 言

1996년부터 深化된 한국의 國際競爭力 墜落과 최근의 IMF事態에 대하여 정부와 일반이 공동적인 위기의식을 느끼고 있으며, 이의 반전과 극복을 위한 적극적인 노력이 여러 가지 형태로 가시화되고 있다.

한국의 公共部門의 國家競爭力이 낮다는 국제연구단체의 지속적인 지적과 政府部門 改革의 시급성을 강조하는 부즈·앨런&해밀턴의 보고서는 公共部門에서의 非效率을 제거할 필요성을 강조하고 있다. 하지만 여러 가지 障礙要因으로 인하여 企業部門에 비해 公共部門의 生産性 測定은 미진한 상태로 남아 있다.

이러한 현실적 필요에 의하여 本 研究院에서는 1997년 사업의 일환으로 『公共部門 生産性 提高』라는 政策研究分野의 外部研究를 公募하였다. 本 報告書는 공공부문의 생산성을 측정하는 객관적인 방법론을 제시하고, 제한적이기는 하지만 한국의 중소도시를 대상으로 투입, 산출 및 기술조건 등의 측면에서 다양한 유형의 效率性指標를 計測하며, 나아가서 한국 중소도시의 效率性 決定要因을 實證分析함으로써 地方自治團體의 효율성 제고를 위한 政策方案을 연구하기 위한 일환으로 선 발되었다.

本 報告書는 漢陽大學校의 文春傑 教授가 執筆하였다. 著者는 報告書의 執筆過程에서 院內 세미나를 통해 院內외의 여러 專門家로부터 많은 도움을 받았다. 이에 대해 著者는 도와주신 모든 분들께 진심으로 감사하고 있다. 특히, 자료수집과 실증모형 구축에 많은 도움을 준 本院의 玄鎭權 研究委員에게 감사하고 있다. 아울러 익명의 두 심사자에게도 유익한 논평에 대해 감사하고 있다.

本 報告書의 分析內容이나 結論은 著者의 個人的 見解이며 本院의 公
式的인 見解와는 無關함을 밝혀둔다.

1998年 3月

韓國租稅研究院

院長 金 仲 秀

目 次

I. 序 論	9
II. 生産技術과 效率性	11
1. 生産技術	11
2. 最適生産技術	12
3. 技術의 效率性과 配分的 效率性	13
4. 效率性的 概念	14
5. 效率性的 測定	16
III. 效率性的 實證分析을 위한 方法: 概要	19
1. 資料包絡分析法	19
2. 變形母數計劃法	20
3. 確定 統計的 變更法	20
4. 確率的 變更法	21
5. 厚變更法	24
6. 資料包絡分析法과 確率的 變更法의 比較	24
IV. 資料包絡分析法	26
1. fractional DEA	26
2. 原型의 線形 資料包絡分析法	27
3. 雙對的인 線形 資料包絡分析法	28
4. 規模의 收穫	32
5. 處分性	37

V. 公共部門의 生産性 分析模型	39
1. 公共部門의 特殊性	39
2. 公共部門의 效率性 分析에 있어서 DEA技法의 有用性	40
3. 公共部門에서의 DEA技法 適用事例	40
4. DEA技法의 擴張	41
VI. 公共部門의 生産性 : 實證分析	42
1. 實證分析 概要	42
2. 效率性的의 計測 및 分析方法	49
3. 韓國 中小都市의 生産性 分析結果	52
4. 韓國 中小都市의 效率性 決定要因 分析	67
VII. 結 論	71
參考文獻	73
附錄 : DEA 分析을 위한 GAUSS 프로그램	79
1. GAUSS 프로그램	79
2. TEST 實行	113
3. 自意的인 調整이 不可能한 投入 또는 產出이 있는 境遇의 DEA 分析	125

表 目 次

〈表 1〉 投入要素 關聯 基礎 資料	45
〈表 2〉 產出物 關聯 基礎 資料	47
〈表 3〉 效率性指標 (Ⅰ): 모든 투입요소와 산출물의 자의적인 조정이 가능한 경우	53
〈表 4〉 效率性指標 (Ⅱ): 모든 투입요소와 산출물의 자의적인 조정이 가능한 경우	55
〈表 5〉 效率性指標 (Ⅲ): 모든 투입요소와 산출물의 자의적인 조정이 가능한 경우	57
〈表 6〉 效率性指標 (Ⅳ): 모든 투입요소와 산출물의 자의적인 조정이 가능한 경우	59
〈表 7〉 效率性指標 (Ⅴ): 관할면적=자의적인 조정이 불가능한 투입 요소	61
〈表 8〉 效率性指標 (Ⅵ): 관할면적=자의적인 조정이 불가능한 투입 요소	63
〈表 9〉 效率性指標들의 要約統計值	65
〈表 10〉 가장 效率的인 都市群	67
〈表 11〉 가장 非效率的인 15個 都市群	67
〈表 12〉 效率性的의 決定要因分析 (Ⅰ): 침식토빗모형	69
〈表 13〉 效率性的의 決定要因分析 (Ⅱ): 침식토빗모형	69
〈表 14〉 效率性的의 決定要因分析 (Ⅲ): 침식토빗모형	70

圖 目 次

[圖 1] Farrell(1957)의 效率性 概念	17
[圖 2] input minimization(dual problem): input space	30
[圖 3] input minimization(dual problem): output surface ...	31
[圖 4] DEA-CRS frontier	34
[圖 5] non-CRS frontier	36
[圖 6] input disposability	37
[圖 7] output disposability	38
[附圖 1] 資 料	121
[附圖 2] DEA-VRS frontier(input-oriented BCC model) ...	122
[附圖 3] DEA-VRS frontier(output-oriented BCC model) ...	123
[附圖 4] DEA-CRS frontier(input-oriented CCR model) ...	124
[附圖 5] DEA-CRS frontier(output-oriented CCR model) ...	124
[附圖 6] technical efficiency measurement with a non-discretionary input	125
[附圖 7] technical efficiency measurement with a non-discretionary output	126

I. 序 論

1996년부터 深化된 성장률 둔화와 國際收支 악화 등으로 대표되는 國家競爭力 추락에 능동적으로 대처하기 위하여 정부는 1996년에 「9.3대책」을 발표하였고, 이어서 1996년 10월 9일에는 「경쟁력 10% 이상 높이기」 추진방안(財政經濟院 外, 1996)을 발표하였다. 政府의 추진방안의 첫번째 항목으로 公共部門의 生産性 높이를 명시하고 있다. 이는 韓國의 公共部門의 國家競爭力이 낮다는 國際機構의 지적과 일반의 인식을 政府도 적극적으로 공감하고 있음을 나타낸다고 하겠다.

최근 발간된 부즈·엘런 & 해밀턴(매일경제신문사, 1997)의 보고서에서도 金融部門과 勞動部門의 개혁과 더불어 政府部門의 改革의 시급성을 강조하고 있다.

公共部門의 生産性 향상을 위해서는 論議의 基礎資料로서 신뢰성 있는 효율성지표의 계산이 필수적이며, 효율성의 결정요인을 분석할 필요가 있다고 하겠다. 우리나라 公共部門의 效率性이 낮다는 피상적인 언급은 매스컴을 비롯하여 자주 논의되지만 정교한 기법을 사용한 효율성지수의 산출은 미진한 상태라고 하겠다.

本 研究에서는 먼저 效率性의 概念을 명확히 정의하고 外國文獻을 중심으로 DEA기법에 의거한 技術的 效率性 측정의 理論과 方法들을 要約하였다. 이어서 實證分析에서는 『韓國都市年鑑 1996』(內務部, 1996a) 및 『地方財政年鑑 1996』(內務部, 1996b)에 수록된 73개 도시 중에서 特別市와 廣域市를 제외한 67개 都市의 效率性指標의 상대적인 의미의 기술적 효율성을 여러 형태의 DEA기법을 이용하여 측정하였다. 산출과 투입 중 어느 측면에서 측정을 시도하는지와 基準이 되는 技術條件(規模의 經濟에 대한 가정 및 처분성에 대한 가정)에 따라 效率性指標의 측

정치는 달라지기 때문에 本 研究에서는 여러 대안적인 지표의 값을 제시하였다. 그리고 측정된 효율성지표의 값을 피설명변수로 설정한 토빗모형을 추정하여 효율성의 결정요인을 살펴보았다.

本 研究는 제한적이거나 公共部門 生産性 論議의 基礎資料를 제공한다는 의미에서 앞으로의 공공부문 경쟁력 향상 연구에 공헌을 할 수 있으리라 기대된다.

第Ⅱ章에서는 미시이론적인 측면에서 최적생산기술과 效率性의 개념을 정의하였다. 第Ⅲ章에서는 효율성의 계측을 위한 여러 가지 방법을 간략하게 제시하고, 최근의 실증분석에 많이 사용되는 자료포락분석법과 확률적 변경법을 比較하고 있다. 第Ⅳ章에서는 상세하게 자료포락분석기법의 여러 가지 유형을 比較·定理하고 특정 기법의 선택에 따르는 미시이론적인 측면에서의 주안점에 대해서 요약하고 있다. 第Ⅴ章에서는 公共部門의 特殊性을 살펴보고 자료포락분석법의 적용사례와 이의 확장에 대해 논의하고 있다. 第Ⅵ章에서는 韓國 中小都市의 生産性에 대한 實證分析의 결과를 제시하고 있다. 여러 가지 유형의 자료포락기법에 의해 계측된 효율성지표를 제시하였고 나아가서 효율성의 결정요인을 살펴보고 있다. 第Ⅶ章에서는 研究結果를 要約하고 있으며, 附錄에서는 앞으로의 DEA기법에 의거한 效率性指標의 추후 研究에 도움을 주기 위하여 GAUSS 프로그래밍 언어로 작성된 DEA기법에 의거한 효율성지표 산출 프로그램을 수록하고 있다.

II. 生産技術과 效率性

1. 生産技術

가. 投入 및 産出

公共部門의 生産性を 논의하기 위하여 먼저 生産技術과 개별 의사결정단위(DMU; decision making unit)의 효율성/비효율성 측정의 기준이 되는 최적생산기술에 대한 이해가 필요하다. 生産技術을 정의하기 위하여 生産技術의 표현에 필수적으로 들어가는 投入과 産出을 다음과 같이 設定한다.

n 개의 가변생산(투입)요소를 벡터의 표식을 사용하여 $x \equiv (x_1, \dots, x_n) \in R_+^n$ 로 표기하고, 이 투입요소의 요소가격을 $w \equiv (w_1, \dots, w_n) \in R_+^n$ 로 표기한다. 이에 상응하여 m 개의 산출물을 $q \equiv (q_1, \dots, q_m) \in R_+^m$ 로 표기하며, 산출물의 가격을 $p \equiv (p_1, \dots, p_m) \in R_+^m$ 로 표기한다.

즉, 개별 DMU는 價格이 w 인 n 개 종류의 투입요소 x 를 투입하여, 價格이 p 인 m 개 종류의 산출물 q 를 생산한다고 가정한다.

나. 生産技術

개별 DMU의 生産技術은 다음의 3가지 방식으로 표현할 수 있다. 먼저 input correspondence를 설명하고자 한다. $X(q)$ 를 미리 주어진 산출물 수준 q 를 적어도 생산할 수 있는 모든 투입요소의 배합으로 구성된 투입집합(input set)으로 정의하면, input correspondence는 q 의 공간에서 $X(q)$ 공간으로의 mapping($q \rightarrow X(q) \subset R_+^n$)으로 정의된다.

두번째로 output correspondence에 대해 설명하고자 한다. $Q(x)$ 를 미리 주어진 투입요소 벡터 x 를 사용하여 生産할 수 있는 모든 産出物의 集合(output set)으로 정의하면, output correspondence는 x 의 공간에서 $Q(x)$ 공간으로의 mapping($x \rightarrow Q(x) \subset R^m$)으로 정의된다.

위의 두 correspondence간에는 다음과 같은 관련이 있는 것으로 알려져 있어 두 correspondence 중 하나가 설정되면 다른 correspondence가 정해지게 된다.

$$\begin{aligned} X(q) &= \{ x \in R_+^n : q \in Q(x) \} \\ Q(x) &= \{ q \in R_+^m : x \in X(q) \} \end{aligned}$$

세번째로는 生産가능집합(production possibility set) 또는 生産기술곡(the graph of the technology)이 있다. 이는 生産技術로 가능한 x 와 q 의 조합을 모은 집합으로 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} GR &\equiv \{ (x, q) : x \in X(q), q \in R_+^m \} \\ &= \{ (x, q) : q \in Q(x), x \in R_+^n \} \end{aligned}$$

2. 最適生産技術

DMU가 선택가능한 生産技術 중 最適生産技術은 primal인 生産(전환)함수 또는 生産프론티어와 가치로 표현된 세 가지의 dual(value dual)인 비용함수, 수입함수, 이윤함수로 표현할 수 있다.

먼저, primal인 生産(전환)함수 또는 生産프론티어는 生産가능집합에 속하는 (x, q) 중에서 개별 x 에 대한 최대의 q 로서 다음과 같이 정의된다.

$$\phi(x) \equiv \max \{ q : (x, q) \in GR \}$$

첫번째 value dual로서의 비용함수 또는 비용프론티어는 주어진 요소가격 w 와 개별 q 에 대한 투입집합에서 달성가능한 최소의 총요소비용으로 다음과 같이 정의된다.

$$C(q, w) \equiv \min \{ w^T \cdot x : x \in X(q) \}$$

두번째 value dual로서의 수입함수는 주어진 산출물 가격 p 와 개별 x 에 대한 산출집합에서 달성가능한 최고의 수입으로 다음과 같이 정의된다.

$$R(x, p) \equiv \max \{ p^T \cdot q : q \in Q(x) \}$$

세번째 value dual로서의 이윤함수 또는 이윤프론티어는 주어진 산출물 가격 p 및 투입요소가격 w 하에서 생산가능집합에 속하는 x 와 q 의 조합으로 달성가능한 최고의 이윤으로 다음과 같이 정의된다.

$$\pi(p, w) \equiv \max \{ p^T \cdot q - w^T \cdot x : (x, q) \in GR \}$$

3. 技術的 效率性和 配分的 效率性

가. 技術的 效率性

投入要素의 선택에 대한 技術的 效率性(input technical efficiency)은 정해진 產出量을 최소의 投入要素를 사용하여 生産하는 것을 의미하는 반면, 產出物의 선택에 대한 技術的 效率性(output technical efficiency)은 정해진 投入量을 사용하여 최다의 產出物을 生産하는 것을 의미한다.

나. 配分的 效率性

投入要素의 선택에 대한 配分的 效率性(input allocative efficiency)은 주어진 투입요소가격에 대해 적합한 배합의 투입요소를 사용하는 것을 의미하는 반면, 產出物의 선택에 대한 配分的 效率性(output allocative efficiency)은 주어진 產出品 價格에 대해 적합한 배합의 產出物을 生産하는 것을 의미한다.

그리고 산출품가격 및 투입요소가격이 주어졌을 때 적합한 배합의 投入要素를 사용하여 적정한 배합의 產出物을 生産하는 것을 配分的 效率性(allocative efficiency)이라 부른다.

4. 效率性的의 概念

가. 주어진 產出을 달성하기 위한 最適投入의 選擇

產出量이 정해져 있는 상황에서 x 를 최적으로 선택하는 경우의 효율성의 개념을 정의하기 위하여, 먼저 투입집합의 변경으로 구성된 다음의 집합을 생각하자.

$$EffX(q) \equiv \{ x : x \in X(q), x_0 \langle x \Rightarrow x_0 \in X(q) \} \text{ for } q > 0$$

주어진 產出物 $q (> 0)$ 를 생산하는 데 있어 투입요소 x 가 $x \in EffX(q)$ 를 충족시키면 技術的 效率性(input technical efficiency)을 달성하게 된다.

추가적으로, 주어진 (q, w) 에 대하여 투입요소 x 가 $w^T \cdot x = C(q, w)$ 를 충족시키면(즉, 배분적 효율성(input allocative efficiency)을 달성하면) 비용효율성(cost efficiency)을 달성하게 된다.

나. 주어진 投入으로 最適産出의 選擇

投入要素量이 정해져 있는 상황에서 q 를 최적으로 선택하는 경우에 있어서 效率性의 概念을 정의하기 위하여, 먼저 산출집합의 변경으로 구성된 다음의 집합을 생각하자.

$$EffQ(x) \equiv \{ q : q \in Q(x), q_0 > q \Rightarrow q_0 \notin Q(x) \} \text{ for } x > 0$$

주어진 투입요소 $x(>0)$ 를 사용하여 生産한 産出物 q 가 $q \in EffQ(x)$ 를 충족시키면 技術的 效率性(output technical efficiency)을 달성한다.

추가적으로, 주어진 (x, p) 에 대하여 産出物 q 가 $p^T \cdot q = R(x, p)$ 를 충족시키면 (즉, 배분적 효율성(output allocative efficiency)을 달성하면) 수입효율성(revenue efficiency)을 달성하게 된다.

다. 最適 投入과 産出의 選擇

投入要素와 産出量을 최적으로 선택하는 경우에 있어서 效率性의 概念을 정의하기 위하여, 먼저 생산가능집합의 변경으로 구성된 다음의 집합을 생각하자.

$$EffGR \equiv \{ (x, q) : (x, q) \in GR, q_0 > q, x_0 < x \} \text{ for } x > 0$$

투입-산출조합 (x, q) 가 $(x, q) \in EffGR$ 를 충족시키면 기술적 효율성을 달성한다.

추가적으로, (x, q) 가 $(p^T \cdot q - w^T \cdot x) = \pi(p, w)$ 를 만족시키면 (즉, 배분적 효율성을 달성하면) 이윤효율성(profit efficiency)을 달성한다.

5. 效率性の測定

가. Farrell(1957)의 效率性

效率性 測定에 대한 최초의 研究는 Farrell(1959)이며, 투입요소(x)가 선택변수인 경우만을 고려하였다.

먼저, 선택된 투입요소 $x \in X(q)$ 의 技術的 效率性(Farrell (radial) measure of technical efficiency)을 다음과 같이 정의하였다.

$$F_T(x; q) \equiv \min\{ \lambda : \lambda x \in X(q), \lambda > 0 \}$$

위의 정의에서 λx 는 x 를 구성하는 모든 投入要素를 같은 비율인 λ 만큼 줄이는 것을 의미한다.

다음으로 선택된 投入要素 $x \in X(q)$ 의 비용효율성(Farrell measure of cost efficiency)을 다음과 같이 정의하였다.

$$F_C(x; q, w) \equiv \frac{C(q, w)}{w^T \cdot x}$$

마지막으로, 선택된 투입요소 $x \in X(q)$ 의 배분효율성(Farrell measure of allocative efficiency)을 다음과 같이 정의하였다.

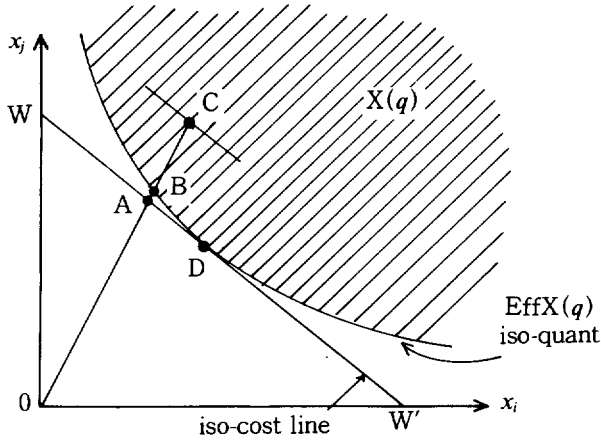
$$F_A(x; q, w) \equiv \frac{F_C(x; q, w)}{F_T(x; q)}$$

세 개념간에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$F_C(x; q, w) \equiv F_T(x; q) \cdot F_A(x; q, w)$$

[圖 1]에서는 Farrell의 효율성의 개념을 도표로 요약·설명하고 있다.

[圖 1] Farrell(1957)의 效率性 概念



- $C \equiv (x, q)$: 기술적 비효율, 배분적 비효율
- $B \equiv (\lambda \cdot x, q)$: 기술적 효율, 배분적 비효율
- $\lambda \equiv C$ 점의 기술적 효율의 척도
- $D \equiv (\tilde{x}, q)$: 기술적 효율, 배분적 효율 \Rightarrow 비용 효율성 달성

[C점의 효율성 척도]

기술적 효율의 척도 : $TE \equiv \frac{OB}{OC} = \frac{\lambda \cdot x}{x} = \lambda$

배분적 효율의 척도 : $AE \equiv \frac{OA}{OB} = \frac{\tilde{x}^T \cdot w}{(\lambda \cdot x^T) \cdot w}$

비용 효율성의 척도 : $CE \equiv \frac{OA}{OC} = TE \cdot AE = \frac{\tilde{x}^T \cdot w}{x^T \cdot w}$

나. Russell (non-radial) measure of technical efficiency

먼저 설명한 Farrell의 기술적 효율성은 투입의 모든 구성요소들이 같은 比率로 축소되어야 하는데 이는 技術的 效率性의 계측에 있어 모든

투입구성요소들에 대해 같은 가중치를 부여하는 것을 의미한다. Russell(1989)은 다른 투입구성요소들에게 상이한 가중치를 부여하는 것을 가능하게 하는 技術的 效率性을 정의하였다.

Ⅲ. 效率性的 實證分析을 위한 方法：概要

本章에서는 效率性的 分析을 위한 여러 가지 方法을 개략적으로 비교하여 제시하고자 한다. 특히 本 研究에서 사용하게 되는 자료포락분석법에 대한 자세한 설명은 다음 章에서 하기로 한다.

1. 資料包絡分析法(DEA; data envelopment analysis)

자료포락분석법의 대표적인 고전적 문헌으로는 Farrell(1957)과 Charnes, Cooper and Rhodes(1978)를 들 수 있다.

이 技法은 선형계획법을 사용하여 단면으로 구성된 convex hull로서 표본들의 경계를 구성 또는 표본을 포락하는 방법이다.

이 技法은 best practice observation에 기준하여 ‘상대적’ 효율성을 계측할 수 있을 뿐이며, 따라서 표본전체의 비효율의 정도를 계측할 수는 없다. 그리고 비효율적인 관측치가 변경에 위치한 효율적인 준거점으로 이동함에 따라 파레토 향상이 달성되지만, 파레토 효율성이 달성된다고는 보장할 수가 없다.

자료포락분석법이 實證分析에 많이 사용되는 여러 가지 이유 중 하나는 분석에 있어서 투입과 산출자료만 요구된다는 장점 때문이다. 하지만 投入要素 및 產出物의 가격정보를 사용하지 않기 때문에 원칙적으로 技術的 效率性만 측정 가능하다.

2. 變形母數計算法(modified parametric programming approach)

Aigner and Chu(1968)는 변형모수계획법을 제안하였다. 생산함수 $\phi(x)$ 의 형태를 미리 확정하는 모수적인(parametric) 방법으로서 주로 $\phi(x)$ 의 형태는 smooth technology를 반영하도록 선택된다.

먼저, 관측된 생산관계를 $X(q)=\{x : q \leq \phi(x)\}$ 로 표기하면, 모수적으로 설정된 $\phi(x)$ 에 포함된 모수의 해는 다음의 선형 또는 이차형태의 계획을 풀어서 구한다.

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^N [\ln \phi(x_i) - \ln q_i] \right\}$$

subject to $\ln \phi(x_i) - \ln q_i \geq 0$ for all $i \in \{1, \dots, N\}$

위의 해를 구한 뒤, 기술적 효율성은 $\exp(-\epsilon) \approx 1 - \epsilon$ (단, $\epsilon \equiv \ln \phi(x_i) - \ln q_i$)의 예측치로서 계측한다.

이 기법은 해가 극단치(outliers)에 민감하며, 다수의 산출물(multiple outputs)을 다룰 수 없다는 문제점이 있다.

3. 確定 統計的 變更法(deterministic statistical frontier approach)

Afriat(1972)는 생산함수 $\phi(x)$ 의 형태를 모수적으로 deterministic frontier로서 미리 확정하고, 이 생산함수와 관측된 생산관계를 $q = \phi(x) \cdot \exp(-\epsilon)$ where $\epsilon \geq 0$ 로 표현하였다(여기서 ϵ 은 단측오차항(onesided disturbance term)으로서 ϵ 의 확률밀도함수는 $f(\epsilon)$ 이다). $\phi(x)$ 와 $f(\epsilon)$ 에 포함된 모수들을 계량적으로 추정한다.

모수를 추정한 뒤, 기술적 효율성은 $\exp(-\epsilon) \approx 1 - \epsilon$ 의 추정치로서 계측된다.

4. 確率的 變更法(SFA; stochastic frontier approach)

확률적 변경법은 생산함수 또는 비용함수를 근간으로 적용될 수 있다. 생산함수를 근간으로 하는 확률적 변경법을 요약한 뒤, 비용함수를 근간으로 하는 확률적 변경법을 요약한다.

가. 生産函數

Aigner, Lovell and Schmidt(1977)는 생산함수를 근간으로 확률적 변경법을 제시하였다. 이는 생산함수 $\phi(x)$ 의 형태를 미리 확정하는 모수적 방법으로서, $\phi(x)$ 는 확률적 생산변경의 확정적인 핵(the deterministic kernel of the stochastic production frontier)에 해당하며 확률적 생산변경(the stochastic production frontier)은 $\phi(x) \cdot \exp(\varepsilon_1)$ 으로 표현된다(여기서 ε_1 은 the two-sided random variation of the production frontier across observations로서 확률밀도함수 $f_1(\varepsilon_1)$ 을 따른다). 따라서 투입집합은 다음과 같이 표현된다.

$$X(q) = \{ x : q \leq \phi(x) \cdot \exp(\varepsilon_1) \}$$

관측된 생산관계는 확률밀도함수 $f_2(\varepsilon_2)$ 를 따르는 단측오차항인 ε_2 를 사용하여 다음과 같이 표현된다.

$$q = \phi(x) \cdot \exp(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \text{ where } \varepsilon_2 \geq 0$$

복합오차항 $e \equiv \varepsilon_1 - \varepsilon_2$ 와 $L \equiv \sigma_2/\sigma_1$, $\sigma^2 \equiv \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ 의 새로운 표기를 사용하여 e 의 확률밀도함수와 N 개의 관측치에 대한 로그-우도함수는 다음과 같아진다.

$$f(e) = \frac{2}{\sigma} \cdot \phi\left(\frac{e}{\sigma}\right) \cdot \left[1 - \Phi\left(\frac{eL}{\sigma}\right)\right]$$

$$\ln L = \frac{N}{2} \cdot \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) - N \cdot \ln \sigma + \sum_{k=1}^N \ln\left[1 - \Phi\left(\frac{e_k L}{\sigma}\right)\right] - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=1}^N e_k^2$$

$\phi(x)$, $f_1(\varepsilon_1)$ 및 $f_2(\varepsilon_2)$ 에 포함된 모수들은 위의 로그-우도함수를 극대화시키는 값으로 추정하게 된다.

모수값을 계량적으로 추정한 뒤, 개별 관측치의 기술적 비효율성은 다음의 조건부기대값의 추정치로서 계측하게 된다(Jondrow, Lovell, Materov and Schmidt, 1982).

$$E(\varepsilon_2|e) = \frac{L\sigma}{1+L^2} \cdot \left[\frac{\phi\left(\frac{eL}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{eL}{\sigma}\right)} - \frac{eL}{\sigma} \right]$$

총체적인 기술적 비효율성의 정도는 $\exp(-\varepsilon_2) \approx 1 - \varepsilon_2$ 의 추정치로서 계측된다.

나. 費用函數

비용함수를 근간으로 하는 확률적 변경법은 먼저 확률적 비용함수의 확정적인 핵(the deterministic kernel of the stochastic cost function)으로서 $C(q, w)$ 를 모수적으로 확정된 뒤, 확률적 비용함수(the stochastic cost function)를 $C(q, w) \cdot \exp(\varepsilon_1)$ 으로 설정한다. 반면, 관측된 비용함수는 다음과 같이 설정된다.

$$C = C(q, w) \cdot \exp(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

통상적으로 2개의 오차항에 대하여 $\varepsilon_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$ 와 $\varepsilon_2 (\geq 0) \sim N(0, \sigma_2^2)$

truncated at zero라는 분포를 가정하면, 개별 관측치의 기술적 비효율의 정도를 추정할 수 있다. 먼저, $e \equiv \varepsilon_1 + \varepsilon_2$, $L = \sigma_2 / \sigma_1$, $\sigma^2 \equiv \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ 의 표식을 사용하여 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

$$\sigma_1^2 = \sigma^2 \cdot \frac{1}{1+L^2}$$

$$\sigma_2^2 = \sigma^2 \cdot \frac{L^2}{1+L^2}$$

$$E[\varepsilon_2] = \sigma_2 \frac{\phi(0)}{\Phi(0)} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sigma_2$$

$$\text{Var}[\varepsilon_2] = \left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] \cdot \sigma_2^2$$

$$E(\varepsilon_2 | e) = \frac{L\sigma}{1+L^2} \cdot \left[\frac{\phi\left(\frac{eL}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{eL}{\sigma}\right)} - \frac{eL}{\sigma} \right]$$

L 을 추정하는 데 있어서 핵심적인 가정은 ε_1 이 0을 중심으로 대칭적이라는 것이다. 복합오차항 e 에 포함된 모든 비대칭성은 비효율성에 관련된 ε_2 항에 추가되게 된다.

총체적인 비효율의 정도는 다음의 관계로서 계측된다.

$$(\text{inefficiency}) = C(q,w)\exp(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) / C(q,w)\exp(\varepsilon_1) = \exp(\varepsilon_2)$$

자료포락법과는 달리, 확률적 변경법에서는 투입요소가격, 산출량, 총비용을 사용하며, 따라서 기술적 비효율성과 배분적 비효율성을 모두 측정할 수 있다.

5. 厚變更法(thick frontier approach)

Berger and Humphrey(1991)는 정확한 변경단면(a precise frontier 'edge')을 추정한다는 것은 비현실적이라고 지적하고 厚變更을 추정할 것을 제시하였다.

厚變更을 구축하기 위하여 먼저 다음의 2개의 변경함수를 추정하여야 한다.

- ① a 'thick' (cost) frontier based on the best practicing quartile of observations
- ② another (cost) function based on the worst practicing quartile of observations

위의 두 함수의 차를 구하면 두 그룹에 공동으로 작용하는 확률적 소음(random noise)은 제거되므로, 그 차는 외생변수로 설명이 가능한 시장요인(market factors)과 외생변수로 설명이 불가능한 비효율성을 반영하는 잔차항(inefficiency residuals)으로 구성된 것으로 볼 수 있을 뿐만 아니라 외생변수를 사용하여 2개의 구성요소로 분리할 수 있다.

6. 資料包絡分析法과 確率的 變更法の 比較

자료포락분석기법(DEA)과 확률적 변경기법(SFA)이 가장 많이 사용되므로 마지막으로 두 기법을 여러 관점에서 비교하고자 한다.

먼저, 기술적 비효율을 계측하기 위해서 필요한 分析資料의 측면에서 보면, DEA기법의 경우 투입 및 산출량이 필요한 반면, SFA기법은 투입요소가격, 산출량, 총비용이 필요하다.

일반적으로 측정가능한 비효율성을 비교하면, DEA기법은 기술적 비효율만을 계측할 수 있는 반면, SFA기법은 기술적 비효율성과 배분적 비효율성을 계측할 수 있다.

모형 설정과 추정상의 특성을 비교하면, DEA기법은 함수의 형태에

있어서는 비모수적이지만 비확률적인 결정적인 기법이며, 극단치에 민감하며, 확률적 소음을 허용하지 않기 때문에 변경으로부터의 내부이탈을 모두 기술적 비효율로 판단하며, 일반적으로 통계적 유의성의 검정이 불가능하다. 이에 반하여 SFA기법은 확률적인 반면 함수의 형태와 오차항의 분포에 대해 모수적이며, 복합오차항의 비대칭적인 요소를 비효율로 판단하는 단점이 있는 반면 확률적 소음을 비효율의 계측에서 따로 추출하는 것이 가능하다는 장점이 있다. 또, 확률적 기법이기에 때문에 통계적 유의성 검정이 가능하다.

위에서 DEA기법은 극단치에 민감하다고 서술하였는데, 이는 개별 DMU 중 산출물과 투입물의 종류를 소수에 국한하는 극단적인 생산구조를 가지고 있는 DMU는 주위에 상대적 실적비교를 가능하게 하는 다른 DMU가 존재하지 않기 때문에 효율적 변경을 구성하는 DMU로 편성된다는 약점을 의미한다.

IV. 資料包絡分析法

本章에서는 DEA의 기본 골격과 여러 變形 技法을 상세하게 살펴보기로 한다.

1. fractional DEA

fractional DEA는 모든 DEA모형의 개념적 근간이 되는 형태로서 Charnes, Cooper and Rhodes(1978, 1979)에 의해 제시되었다.

DEA에서는 투입물 가중치와 산출물 가중치의 비율로서 실적을 요약한다. 즉, 투입물에 대한 가중치 $W \equiv (W_1, \dots, W_n)$ 와 산출물에 대한 가중치 $P \equiv (P_1, \dots, P_m)$ 를 사용하여 'virtual' output과 'virtual' input의 총요소생산성비율을 다음과 같이 구축한다.

$$\frac{\sum_{i=1}^m P_i q_i}{\sum_{j=1}^n W_j x_j}$$

개별 DMU $k \in \{1, \dots, N\}$ 에 대하여, 효율성은 다른 DMU의 실적을 반영하는 제약하에서 가중산출과 가중투입의 비율의 극대치로서 계측된다. 즉, 다음과 같은 제약하의 극대화 문제에 해당한다.

$$\begin{aligned} \max \quad & \frac{\sum_{i=1}^m P_i q_{ik}}{\sum_{j=1}^n W_j x_{jk}} \text{ with respect to } P \text{ and } W \\ \text{subject to} \quad & \end{aligned}$$

$$0 \leq \frac{\sum_{i=1}^m P_i q_{ic}}{\sum_{j=1}^n W_j x_{jc}} \leq 1 \text{ for all DMU } c; \text{ and } P_i > 0, W_j > 0$$

위의 극대화를 개별 DMU에 대해 풀면, P 와 W 에 대한 최적의 가중치(optimal weights)가 함께 구해진다.

하지만 위의 제시된 fractional problem은 비선형성(non-linearity)과 비볼록성(non-convexity)을 내포하고 있어 쉽게 풀 수가 없다. 따라서, 다른 형태로 변형해서 풀어야 할 필요성이 있다.

2. 原型의 線形 資料包絡分析法(linear DEA: primal formulation)

原型의 선형 DEA형태는 산출과 투입의 가중치인 P 와 W 에 잠재가격(shadow price)의 해석이 가능하다는 점에서 유용한 형태로서 Charnes and Cooper(1962, 1973)에 의해 처음 제시되었다.

原型의 선형 DEA는 크게 2개 유형의 선형계획으로 나누어지는데, 산출극대화 형태의 선형계획을 통하여 산출효율성비율(output efficiency ratio), 투입극소화 형태의 선형계획을 통하여 투입효율성비율(input efficiency ratio)을 구할 수 있다.

가. 產出極大化(output maximization)

산출극대화 형태의 선형 DEA계획법에서는 fractional DEA계획법의 목적함수의 분모를 1로 고정시킨 후, 개별 DMU $k \in \{1, \dots, N\}$ 에 대하여 다음의 문제를 푼다.

$$\max \sum_{i=1}^m P_i q_{ik} \text{ with respect to } P \text{ and } W$$

subject to

$$\sum_{i=1}^m P_i q_{ic} \leq \sum_{j=1}^n W_j x_{jk} \text{ for all DMU } c; \sum_{j=1}^n W_j x_{jk} = 1; \text{ and } P_i > 0, W_j > 0$$

나. 投入極小化(input minimization)

투입극소화 형태의 선형 DEA계획법에서는 fractional DEA계획법의 목적함수의 분자를 1로 고정시킨 후, 개별 DMU $k \in \{1, \dots, N\}$ 에 대하여 다음의 문제를 푼다.

$$\min \sum_{j=1}^n W_j x_{jk} \text{ with respect to } P \text{ and } W$$

subject to

$$\sum_{i=1}^m P_i q_{ic} \leq \sum_{j=1}^n W_j x_{jk} \text{ for all DMU } c; \sum_{i=1}^m P_i q_{ik} = 1; \text{ and } P_i > 0, W_j > 0$$

3. 雙對的인 線形 資料包絡分析法(linear DEA: dual formulation)

쌍대적인 선형 자료포락법에서는 개별 관측치가 변경에 위치한 효율적인 목적점(the efficient target on the frontier)으로의 이동에 필요한 조정정도로서 비효율성을 측정하는 방법이며 Charnes and Cooper(1984)에 의해 일반화되었다.

가. 產出極大化에 대한 雙對問題(dual to output maximization: input minimization)

원형의 산출극대화에 대한 쌍대문제는 개별 DMU $k \in \{1, \dots, N\}$ 가 m 개 종류의 관측된 산출물 수량을 생산하는 데 필요한 n 개 종류의 투입요소량을 최소화하는 다음의 극소화문제가 된다.

$$\min h_k - \epsilon \left(\sum_{j=1}^n S_j + \sum_{i=1}^m S_i \right) \text{ with respect to } \lambda_c$$

subject to

$$x_{jk} \cdot h_k - S_j = \sum_{c=1}^N x_{jc} \cdot \lambda_c \text{ for all inputs } j$$

$$q_{ik} + S_i = \sum_{c=1}^N q_{ic} \cdot \lambda_c \text{ for all outputs } i$$

$$\lambda_c \geq 0 \text{ for all DMU } c \in \{1, \dots, k, \dots, N\} \quad (\text{weights on DMUs})$$

$$S_j \geq 0 \text{ for all inputs } j \in \{1, \dots, n\} \quad (\text{input slacks})$$

$$S_i \geq 0 \text{ for all outputs } i \in \{1, \dots, m\} \quad (\text{output slacks})$$

위의 극소화문제는 원형의 산출극대화문제에 비해 적은 수의 제약이 있어 더 편리하게 풀 수 있다. 원형의 산출극대화문제에서는 DMU의 개수만큼 제약이 있었지만, 쌍대적인 문제에서는 투입요소와 산출물의 종류만큼 제약이 있다. 제약식에 나타나는 input slacks는 input excesses를, output slacks는 output shortfalls를 의미한다.

위의 극소화문제에서 투입물에 대한 기술적 효율성이 계측되는데, 다음의 조건이 성립될 때, DMU k 는 상대적으로 효율적이라고 정의한다.

$$(\text{the efficiency ratio}) \equiv h_k^* = 1 \text{ with } S_j^* = S_i^* = 0 \text{ for all } j \text{ and } i$$

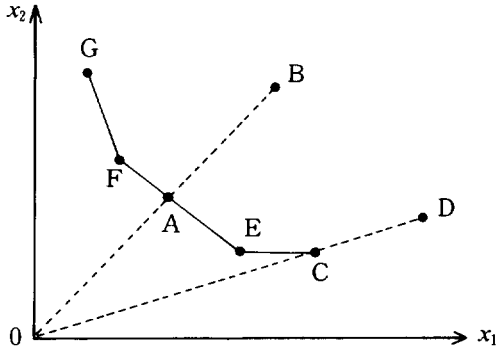
[圖 2]와 [圖 3]은 산출극대화에 대한 쌍대적인 문제를 풀어서 효율성을 구하는 예를 투입요소 공간과 산출물 공간에서 각각 제시하고 있다.

[(투입요소 사용에 대한) 기술적 효율성의 정의]

DMU k 는 투입요소 사용에 대한 기술적 효율성을 달성하고 있다.

$$\Leftrightarrow h_k^* = 1; S_i^* = S_j^* = 0 \text{ for all } i \text{ and } j$$

[圖 2] input minimization (dual problem) : input space

한 종류의 산출물 q ; 두 종류의 투입요소 x_1 과 x_2 

[각 점에서의 기술적 효율성과 DEA제약의 충족]

◆ 점 F :

$$h_F^* = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{1F} \cdot h_F^* - 0 = x_{1F} \cdot \lambda_F^* \\ x_{2F} \cdot h_F^* - 0 = x_{2F} \cdot \lambda_F^* \\ q_F + 0 = q_F \cdot \lambda_F^* \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_F^* = 1 \\ \lambda_c^* = 0 \text{ for all } c \neq F \end{cases}$$

◆ 점 B :

$$h_B^* = \frac{OA}{OB} < 1$$

$$\left. \begin{array}{l} x_{1B} \cdot h_B^* - 0 = x_{1E} \cdot \lambda_E^* + x_{1F} \cdot \lambda_F^* \\ x_{2B} \cdot h_B^* - 0 = x_{2E} \cdot \lambda_E^* + x_{2F} \cdot \lambda_F^* \\ q_B + 0 = q_E \cdot \lambda_E^* + q_F \cdot \lambda_F^* \end{array} \right\} \Rightarrow$$

* peer group = $\{E, F\}$ * radial contraction of inputs: B 점에서의 투입 (x_1, x_2) 을
 $h_B^* = \frac{OA}{OB}$ 의 배율만큼 비례적으로 줄여서 target vector인 A 점을 달성한다.

◆ 점 D :

$$h_D = \frac{OC}{OD} < 1$$

$$\left. \begin{aligned} x_{1D} \cdot h_D - S_1^* &= x_{1E} \cdot \lambda_E^* \\ x_{2D} \cdot h_D - 0 &= x_{2E} \cdot \lambda_E^* \\ q_D + 0 &= q_E \cdot \lambda_E^* \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} \lambda_E^* = 1 \\ \lambda_c^* = 0 \text{ for all } c \neq E \\ S_1^* > 0 \end{cases}$$

⇒

* peer group = { E }

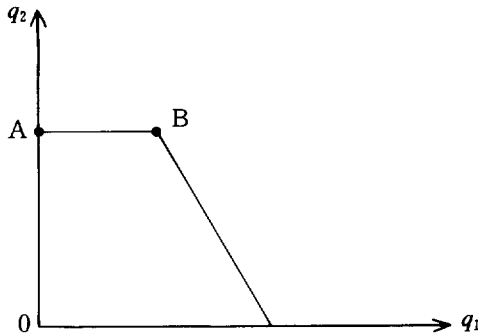
* radial contraction of inputs: D 점에서의 투입 (x_1, x_2) 를

$h_D = \frac{OC}{OD}$ 의 배율만큼 비례적으로 줄여서 우선 C 점을 달성한다.

* additional reduction of input excess: 투입요소 x_1 의 사용을 $S_1^* = EC$ 만큼 줄인다.

【圖 3】 input minimization (dual problem): output surface

두 종류의 산출물 q_1 과 q_2



◆ 점 A : (산출물 slack)

$$q_{1A} + S_1^* = q_{1B} \cdot \lambda_B^*$$

$$q_{2A} + 0 = q_{2B} \cdot \lambda_B^*$$

나. 投入極小化에 대한 雙對問題(dual to input minimization:
output maximization)

원형의 산출극대화에 대한 쌍대문제는 개별 DMU $k \in \{1, \dots, N\}$ 가 n 개 종류의 관측된 투입요소 수량을 사용하여 m 개 종류의 산출물 수량을 최대로 생산하는 다음의 극대화문제가 된다.

$$\begin{aligned} & \max f_k + \varepsilon \left(\sum_{j=1}^n S_j + \sum_{i=1}^m S_i \right) \text{ with respect to } \lambda_c \\ & \text{subject to} \\ & x_{jk} \cdot S_j = \sum_{c=1}^N x_{jc} \cdot \lambda_c \text{ for all inputs } j \\ & f_k + q_{ik} + S_i = \sum_{c=1}^N q_{ic} \cdot \lambda_c \text{ for all outputs } i \\ & \lambda_c \geq 0 \text{ for all DMU } c \in \{1, \dots, k, \dots, N\} \quad (\text{weights on DMUs}) \\ & S_j \geq 0 \text{ for all inputs } j \in \{1, \dots, n\} \quad (\text{input slacks}) \\ & S_i \geq 0 \text{ for all outputs } i \in \{1, \dots, m\} \quad (\text{output slacks}) \end{aligned}$$

위의 문제를 풀면, 산출물에 대한 기술적 효율성을 측정할 수 있는데, 다음의 조건이 성립하면 DMU k 는 상대적으로 효율적이라고 정의한다.

$$(\text{the efficiency ratio}) \equiv f'_k = 1 \text{ with } S'_j = S'_i = 0 \text{ for all } j \text{ and } i$$

4. 規模의 收穫(returns to scale in the DEA)

Farrell(1957)과 Charnes, Cooper and Rhodes (1978, 1979, 1981) 등에 의하여 제시된 원래의 DEA기법들은 규모에 대한 불변성(CRS; constant returns to scale)과 강처분성(strong disposability)을 가정하고 있었다. Fare, Grosskopf and Lovell(1985)은 규

모에 대한 불변성과 강처분성을 대체하는 형태의 DEA기법들을 제시하였다.

최대의 평균생산성(maximum average productivity)이 달성되었을 때, 규모효율성(scale efficiency)이 달성되었다고 정의한다.

가. 規模에 대한 不變下의 資料包絡分析法(DEA-CRS)

투입요소-산출물 공간에서 DEA-CRS에 의한 변경(the DEA-CRS frontier)은 최대의 평균생산성의 점과 원점을 연결하는 직선으로 정의된다.

다수의 산출물과 투입요소가 있는 경우에서 개별 DMU의 규모에 대한 수확 검정은 쌍대적인 문제를 풀어서 얻어지는 λ_c^* 들의 합을 통하여 다음과 같이 판단할 수 있음을 Banker(1984)는 제시하였고, 이 합을 규모지수(scale indicator)라 불렀다.

$$\sum_{c=1}^N \lambda_c^* < 1 \Rightarrow \text{IRS}$$

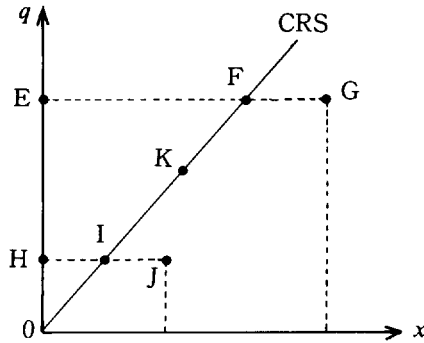
$$\sum_{c=1}^N \lambda_c^* = 1 \Rightarrow \text{CRS}$$

$$\sum_{c=1}^N \lambda_c^* > 1 \Rightarrow \text{DRS}$$

[圖 4]에서는 위의 논의를 도표를 통해서 요약하고 있다.

DEA-CRS frontier는 λ_k^* (≥ 0)가 자유로이 값을 취하게 함으로써 얻어진다.

[圖 4] DEA-CRS frontier



[평균생산성의 비교]

$$\frac{q_K}{x_K} > \frac{q_G}{x_G} ; \frac{q_K}{x_K} > \frac{q_J}{x_J} \Rightarrow \text{점 } K: \text{규모의 효율(scale efficiency) 달성}$$

[각 점에서의 기술적 효율성과 DEA제약의 충족]

◆ 점 K:

$$h_K^* = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} x_K \cdot h_K^* - 0 = x_K \cdot \lambda_K^* \\ q_K + 0 = q_K \cdot \lambda_K^* \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_K^* = 1 \\ \lambda_c^* = 0 \text{ for all } c \neq K \end{array} \right.$$

◆ 점 G:

$$h_G^* = \frac{EF}{EG} < 1$$

$$\left. \begin{array}{l} x_G \cdot h_G^* - 0 = x_K \cdot \lambda_K^* \\ q_G + 0 = q_K \cdot \lambda_K^* \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lambda_K^* > 1 \text{ (점 } J \text{에서 규모의 체감 [DRS])} \\ \lambda_c^* = 0 \text{ for all } c \neq K \end{array} \right.$$

⇒

* target $(x_K \cdot \lambda_K^*, q_K \cdot \lambda_K^*)$ 는 점 K를 λ_K^* 의 배율로 re-scaling 한 점에 해당한다.

◆ 점 J :

$$h_j^* = \frac{HI}{HJ} < 1$$

$$\left. \begin{aligned} x_j \cdot h_j^* - 0 &= x_k \cdot \lambda_k^* \\ q_j + 0 &= q_k \cdot \lambda_k^* \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{aligned} \lambda_k^* &< 1 \text{ (점 } J \text{에서 규모의 체증 [IRS])} \\ \lambda_c^* &= 0 \text{ for all } c \neq k \end{aligned} \right.$$

◆ 점 O : $\lambda_k^* = 0$

나. 規模에 대한 可變下의 資料包絡分析法(DEA-VRS, DEA-NIRS, DEA-NDRS)

개별 DMU에서 규모에 대한 가변성을 완전히 허용하기 위해서는 볼록성제약인 $\sum_{c=1}^N \lambda_c = 1$ 을 쌍대적인 DEA문제에 추가적인 제약으로 포함시킨다. 이 제약을 통하여 규모효율적인 점과 원점을 연결하는 무한히 뻗어 가는 직선이 전혀 허용되지 않게 된다. 즉, 규모효율적인 점을 확장하거나 축소하는 것이 불가능해진다. 따라서, the DEA-VRS frontier에는 규모 비효율적인 점이 포함될 수 있는 것이다.

물론 제약의 형태를 등호를 포함한 부등호로 전환하면 다른 형태의 규모에 대한 가변성을 허용하게 된다. 이를 요약하여 나타내면 다음과 같다. (VRS=varying returns to scale; NIRS=non-increasing returns to scale; NDRS=non-decreasing returns to scale; CRS=constant returns to scale)

$$\sum_c \lambda_c = 1 \Leftrightarrow \text{VRS}$$

$$\sum_c \lambda_c \leq 1 \Leftrightarrow \text{NIRS}$$

$$\sum_c \lambda_c \geq 1 \Leftrightarrow \text{NDRS}$$

$$\text{no restriction on } \sum_c \lambda_c \Leftrightarrow \text{CRS}$$

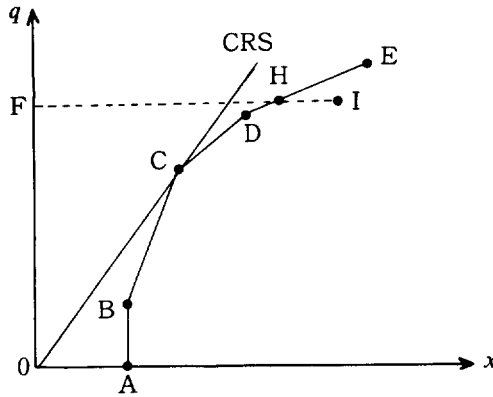
[圖 5]에서는 non-CRS frontier의 예를 도표를 통하여 제시하고 있다.

규모에 대한 다른 가정하에서 얻어진 기술적 효율성간에는 다음의 대소관계가 성립한다.

$$TE_{CRS} \leq TE_{NIRS} \leq TE_{VRS}$$

$$TE_{CRS} \leq TE_{NDRS} \leq TE_{VRS}$$

[圖 5] non-CRS frontier



◆ $\sum_c \lambda_c^* = 0$ (블록성제약, convexity constraint)

⇒ $ABCDE$: DEA-VRS 변경

◆ $\sum_c \lambda_c^* \leq 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{over } OC, \quad \sum_c \lambda_c^* < 1 \\ \text{over } CD \text{ and } DE, \quad \sum_c \lambda_c^* = 1 \end{array} \right\}$

⇒ $OCDE$: DEA-NIRS 변경

◆ $\sum_c \lambda_c^* \geq 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{over } AB \text{ and } BC, \quad \sum_c \lambda_c^* > 1 \\ \text{above } C, \quad \sum_c \lambda_c^* = 1 \end{array} \right\}$

⇒ $ABCCRS$: DEA-NDRS 변경

◆ 점 C : 규모-효율적인(scale efficient) 점

점 B(규모가 체증하고 있는 점)와 점 C(규모가 체감하고 있는 점)는 규모-효율적인 점은 아니지만, 각각의 규모수준에서는 기술적으로 효율적인(technically efficient) 점에 해당한다.

5. 處分性(disposability)

다음의 조건이 성립될 때, 투입물의 처분성이 성립된다고 정의된다.

$$(x, q) \in GR \text{ and } x' \geq x \Rightarrow (x', q) \in GR$$

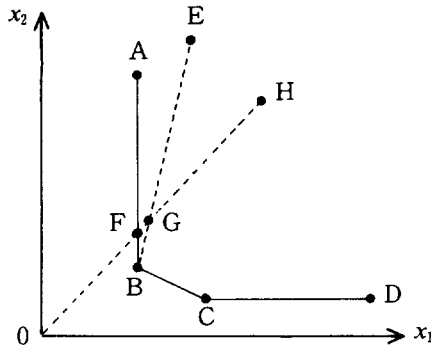
강처분성(strong or free disposability)은 투입물의 한계생산성이 0이 될 수 있을 때를 의미하며, 약처분성(weak disposability or congestion)은 투입물의 한계생산성이 음이 될 수 있을 때를 의미한다.

[圖 6]에서는 처분성에 대한 가정에 따른 기술적 효율성을 예시하고 있다.

강처분성과 약처분성하에서의 기술적 효율성의 크기를 비교하면 다음과 같다.

$$TE_{SD} \leq TE_{WD}$$

[圖 6] input disposability



* 점 H 의 강처분성(strong disposability)하에서의 기술적 효율성

$$\equiv \frac{OF}{OH}$$

* 점 H 의 약처분성(strong disposability)하에서의 기술적 효율성

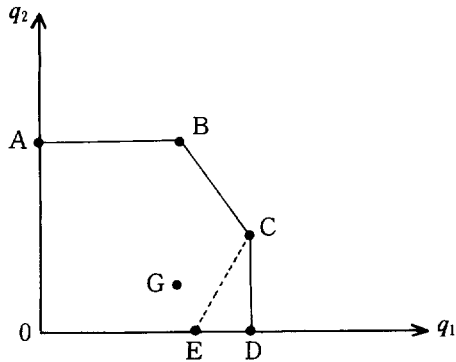
$$\equiv \frac{OG}{OH}$$

다음의 조건이 성립될 때, 산출물의 처분성이 성립된다고 정의된다.

$$(x, q) \in GR \text{ and } q' \geq q \Rightarrow (x, q') \in GR$$

[圖 7]에서는 산출물의 처분성 가정하에서의 기술적 효율성을 예시하고 있다.

【圖 7】 output disposability



* $ABCD$: 강처분성하의 기술(SD technology)

* $ABCE$: 약처분성하의 기술(WD technology)

V. 公共部門의 生産性 分析模型

1. 公共部門의 特殊性

傳統的으로 公共部門의 실적평가는 어려운 점이 많은 것으로 알려져 있다.

먼저 公共部門에서는 產出을 정확히 측정하기 힘들다. 그 이유는 產出이 본질적으로 定性的인(qualitative in nature) 경우가 많다. 또, 產出의 산정이 가능한 경우에도 여러 가지의 政策的 產出(multiple policy outputs)이 있을 뿐만 아니라 금액으로 환산하기 어려운 복수의 서비스(many outputs denominated in non-homogeneous units)를 생산하고 있다.

그리고 私部門에 비하여 公共部門에서는 法·制度·行政·道德的 制約에 의하여 모든 투입과 산출을 마음대로 조정할 수 없는 측면이 상대적으로 더 강하다고 하겠다. 예를 들어 관할구역의 크기를 투입요소 중 하나로 생각할 때 效率性を 높이기 위하여 관할구역의 크기를 마음대로 조정하기는 현실적으로 어렵다고 하겠다. 또 다른 예로서 公共部門은 效率性만 추구하는 것이 아니라 많은 경우 어느 정도의 형평성(equity) 달성과 거시경제적 고려(성장성, 안정성 등) 등도 해야 하기 때문에 결국 여러 政策目標가 制約으로 작용하는 측면을 들 수 있다(positive versus normative issues; microeconomic and macroeconomic considerations).

셋째로는 대부분의 公共部門 產出物은 市場에서 거래되지 않기 때문에 市場價格이 존재하지 않는다. 대비적으로 市場價格이 존재하는 사부분의 경우에는 市場價格에 의거한 산출물의 집계가 가능하고 실적평가

가 용이하다.

2. 公共部門의 效率性 分析에 있어서 DEA技法의 有用性

公共部門의 效率性 分析에 있어서 DEA기법은 다음과 같은 유용성을 가진다.

먼저, 복수의 투입요소와 복수의 산출물들을 임의적인 가중치를 사용하지 않고서 모형 속에 포함시키는 것이 가능하다. 즉, DEA기법은 총요소생산성의 측정원리에 따라 복수의 개별투입산출비율(single-factor ratios) 대신 전반적인 실적에 상응하는 한 개의 통합적인 투입산출비율로 축약하는 객관적인(non-subjective) 가중치 부여체계를 제공한다.

두번째로는 다수의 產出物이 창출되는 복잡한 생산구조하에서 생산함수의 구체적인 형태가 알려져 있지 않은 경우에 특정 DMU의 효율성을 그와 유사한 DMU와 비교하여 도출할 뿐만 아니라, 비교대상이 되는 효율적 DMU인 준거집단(peer group)을 보여주는 점을 들 수 있다. 비효율적인 DMU의 준거집단의 구성과 준거집단의 가중치로 구성된 효율적 변경상의 목표점(target)은 효율성 향상의 방안을 제시해 주는 역할을 한다.

3. 公共部門에서의 DEA技法 適用事例

韓國의 公共部門에서의 DEA기법의 適用 例 중 다음의 研究는 대표적이다.

윤경준(1995)은 54개 자치구 보건소의 상대적 效率性을 투입측면의 CCR모형(DEA-CRS)을 통하여 분석하였다. 투입요소로는 의료인력, 간호인력, 기타인력을 사용하였고, 산출물로는 결핵관리사업, 가족계획사업, 모자보건사업, 진료사업을 考慮하였다.

윤경준·원구환(1996)은 67個 地方上水道事業을 대상으로 투입측면

의 CCR모형(DEA-CRS)을 이용하여 상대적 效率性을 측정하였다. 투입요소로는 인건비, 물건비, 기타영업비용, 영업외비용을 고려하였으며, 산출물로는 1인1일급수량, 안정성비율, 수익성비율을 사용하였다.

이혁주·박희봉(1996)은 68개 시군급 도시가 提供하는 도시행정서비스의 생산특성과 비효율의 원인을 분석하기 위한 초월로그함수 형태의 비용함수분석과 자료포락분석기법을 제시하고 있다. 이혁주(1997)는 地方自治團體 人力管理의 합리화를 유도하기 위한 정원관리기법으로서 자료포락분석을 포함한 여러 가지 투입산출접근법을 적용하였다.

4. DEA技法의 擴張

DEA技法을 확장한 대표적인 연구로는 다음을 들 수 있다.

Callen and Falk(1993)는 公共部門 生産의 일부는 규범적이며 정책적인 장려를 하는 의미(a normative and merit-derived significance)를 지니기 때문에 산출물간에 비대체성을 허용하는 DEA모형을 제시하였다. 즉, 人道的인 요건이나 법적인 제약에 따라 어떤 종류의 공공부분서비스에는 허용될 수 있는 최저수준의 서비스 제공에 제약이 있는 경우가 있다는 점을 고려하였다.

Sueyoshi(1994)는 대표적인 효율성 계측기법인 stochastic frontier estimation과 DEA의 결합을 시도하였다.

그 외, 비교준거집단의 선정에 있어 pre-DEA filtering의 중요성을 언급하는 研究들이 있다. 즉, 실적비교에 있어 비교가능집단에 포함될 수 없는 DMU를 미리 제거할 필요가 있음을 강조하고 있다. 예를 들어 도시의 규모에 따라 생산구조가 완전히 다를 경우, 대도시, 소도시, 중간 크기의 도시로 미리 나누어서 그룹별로 따로 DEA기법을 적용하여 技術的 效率性을 계측하는 것이 타당하다고 볼 수 있다.

그리고 또 다른 쟁점은 여러 DEA 형태간의 기술적 效率性의 차이가 있기 마련인데 이를 어떻게 서로 합리화시키느냐는 문제이다.

VI. 公共部門의 生産性 : 實證分析

1. 實證分析 概要

本章에서는 『韓國都市年鑑 1996』(內務部, 1996a)과 『地方財政年鑑 1996』(內務部, 1996b)¹⁾에 수록된 73개 도시 중에서 特別市와 廣域市를 제외한 67개 都市의 效率性指標을 상대적인 의미의 技術的 效率性 측면에서 여러 형태의 DEA기법을 이용하여 측정하였다. 產出과 投入 중 어느 측면에서 측정하는지와 기준이 되는 技術條件(規模의 經濟에 대한 가정 및 처분성에 대한 가정)에 따라 효율성지표의 측정치는 달라지기 때문에 本 研究에서는 여러 대안적인 지표의 값을 제시하였다. 그리고 측정된 효율성지표의 값을 피설명변수로 설정한 토빗모형을 추정하여 效率性的의 결정요인을 살펴보았다.

DEA분석을 위하여 투입요소와 산출물을 적절하게 선정하여야 한다. 몇몇 기존 研究에서는 交通사고건수, 범죄건수, 화재건수 등의 사고 및 재난에 관련된 惡材(bads)를 그대로 產出物의 일부로 사용하고 있는데 이는 잘못된 分析으로 판단된다. 그 이유는 DEA기법의 제약식 중 산출 제약식의 부등호는 考慮된 產出物이 모두 善材(goods)인 것을 가정하고 있기 때문이다²⁾.

1) 『韓國都市年鑑 1996』은 1996년 12월에, 『地方財政年鑑 1996』은 1996년 11월에 發行되었으며, 따라서 수록자료는 1995년 基準에 해당한다.

2) 本 報告書의 한 논평자의 의견에 의하면 악재의 경우 음의 부호를 첨가하여 선재로 전환하여 분석에 사용할 수 있음을 주장하였다. 하지만 이 경우에도 모든 투입과 산출이 음의 값을 가질 수 없다는 제약을 충족시키지 못한다. 뿐만 아니라 자료포락분석법에서는 규모의 경제에 대한 가정이 포함되게 되는데, 음의 부호를 가진 투입 또는 산출이 포함되는 경우 規模의 經濟에 대한 가정을 제대로 해석할 수 없는 문제점도 추가로

투입요소로는 크게 공무원³⁾과 公務員의 人件費를 제외한 세출총액, 시의 기타 특성으로 대별할 수 있다. 公務員의 人件費는 90% 이상이 일반회계의 인건비에 의해 지출되지만, 일부는 公企業 特別會計 및 其他 特別會計의 人件費에서 支出된다. 하지만 『地方財政年鑑 1996』에서는 시 단위의 경우 일반회계상의 人件費만 분류가능하기 때문에 부득이 人件費를 제외한 歲出總額을 一般會計와 特別會計의 합계에서 일반회계상의 人件費를 차감한 금액으로 정의하였다.

따라서 本 研究에서는 투입요소로는 시민 1인당 公務員 數 및 構成(일반직, 정무직 및 별정직, 특정직, 기능직 및 고용직)⁴⁾, 人件費를 제외한 시민 1인당 세출결산액, 공무원 1인당 대비 관할 면적 등을 고려하였다.

產出物의 선정을 위하여 市의 一般會計 및 特別會計의 세출결산 내역의 항목을 살펴볼 필요가 있다. 일반회계의 항목으로는 의회비, 일반행정비, 사회복지비, 산업경제비, 지역개발비, 문화 및 체육비, 민방위비, 지원제비가 포함되어 있으며, 공기업 특별회계의 항목으로는 상수도사업, 하수도사업, 공영개발사업, 지역개발기금, 통합공과금, 지하철, 기타가 포함되어 있으며, 기타 특별회계의 항목으로는 주택, 의료보험기금, 토지구획, 공업단지, 지방양여금, 학생회관 이설, 중기사업, 새마을소득, 시읍상수도, 영세민 생활보조, 기타가 포함되어 있다. 시가 담당하는 업

생기게 된다.

- 3) 公務員 數와 構成보다는 시간제 공무원 등을 감안하여 상시근무자 기준(full-time equivalent)으로 환산한 근로시간을 사용하는 것이 生産性을 정확히 계측하는 데 적절하지만, 本 研究의 자료출처인 『韓國都市年鑑 1996』과 『地方財政年鑑 1996』으로부터 FTE자료를 구축하는 것은 불가능하였다. 따라서 이는 本 研究의 한계라고 하겠다.
- 4) 『韓國都市年鑑 1996』에서는 公務員을 6가지 유형(일반직, 정무직, 별정직, 특정직, 기능직, 고용직)으로 분류하고 있으나 신분보장의 정도, 전문성 및 의사결정력을 기초로 4가지 유형(일반직, 정무직 및 별정직, 특정직, 기능직 및 고용직)으로 재분류하여 사용하였다.

무가 아주 다양하고 많지만, 자료포락분석법을 적용하기 위하여 產出物의 종류를 제한할 수밖에 없으며⁵⁾ 『韓國都市年鑑 1996』에 수록된 산출 관련자료를 사용하여야 한다는 현실적인 제약으로 인하여 위에 열거된 지출항목의 일부만 고려되었다는 점을 밝혀둔다.

產出物로는 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 시민 1인당 도시공원 시설의 면적, 시민 1인당 공중변소의 개수, 시민 1인당 사회복지시설 수용인원, 시민 1인당 공공도서관 입관자수, 등록차량 대비 공영주차장의 면수, 세대수 대비 건축허가 건수를 고려하였다. 產出物로 考慮될 수 있는 것 중에서 쓰레기수거율은 거의 모든 도시에서 100%를 기록하였으므로 제외하였다. 그리고 포장률, 주택보급률, 보건의료시설 및 이용 관련 변수들은 개별 都市의 市豫算에서 많은 부분이 지출되지 않기 때문에 제외하였다.

먼저, 투입요소에서 公務員 1人當 관할 면적을 제외한 상태에서 公務員 人件費를 제외한 市民 1人當 세출결산액과 시민 1인당 공무원 수와 구성을 여러 가지로 한 모형들을 분석하였다. 즉, 市民 1人當 公務員의 數와 構成에서는 公務員을 한 개의 그룹으로 한 분석과 공무원을 일반직, 정무직과 별정직, 특정직, 기능직과 고용직으로 4개 그룹화한 분석을 행하였다.

또, 추가적으로 투입요소에 公務員 1人當 관할 면적을 포함한 모형을 분석하였다. 公務員 1人當 관할 면적은 효율성 향상을 위하여 자의적인 조정을 할 수 있는 가능성이 없기⁶⁾ 때문에 이를 자의적인 조정이 가능한

5) 상대적으로 유사한 관측치와의 比較를 통하여 效率性的의 정도를 측정하는 자료포락분석법의 특성으로 인하여 분석대상의 개수에 비하여 투입요소와 產出物의 種類가 많아지게 되면 상대적으로 많은 분석대상이 效率的인 것으로 판명되어 판별력이 떨어지게 된다. 즉, 많은 투입요소와 산출물이 포함되게 되면 특정 투입요소나 산출물에서 지배적으로 과다한 수량을 기록하는 관측치는 비교대상 관측치의 부재로 인하여 비교평가가 되지 않고 효율적인 관측치로 기록된다.

6) 관할면적의 자의적인 조정이 완전히 불가능한 것은 아니다. 그동안 도농통합 등으로 관할구역이 상당히 변화하였으며, 日本의 경우 生産性 向上을 위하여 자치단체간 합

투입요소로 설정한 모형과 자의적인 조정이 불가능한 투입요소로 설정한 모형⁷⁾으로 분류하여 모두 분석하였다.

먼저, <表 1>에서는 추후 분석결과와 제시에 사용되는 개별도시 이름 및 DMU 코드번호와 투입요소에 대한 수치자료를 제시하고 있으며, 이어서 <表 2>에서는 DMU 코드번호와 산출물에 대한 수치자료를 제시하고 있다.

<表 1> 投入要素 關聯 基礎 資料

도시명	DMU	세출결산액	일반직	정무직+별정직	특정직	기능직+고용직	관할면적
수원	1	2.80e-01	2.11e-03	9.09e-05	1.33e-03	1.05e-03	3.54e-02
성남	2	2.39e-01	1.83e-03	9.11e-05	1.34e-03	9.00e-04	3.84e-02
의정부	3	2.96e-01	2.05e-03	9.58e-05	1.60e-03	1.00e-03	6.12e-02
안양	4	2.66e-01	2.09e-03	8.75e-05	1.03e-03	8.80e-04	2.41e-02
부천	5	2.62e-01	2.08e-03	9.85e-05	1.22e-03	8.00e-04	1.63e-02
광명	6	2.32e-01	1.78e-03	8.13e-05	1.43e-03	6.82e-04	2.82e-02
평택	7	4.49e-01	3.78e-03	1.46e-04	1.59e-03	1.11e-03	2.05e-01
동두천	8	7.21e-01	5.09e-03	3.02e-04	1.63e-03	1.80e-03	1.49e-01
안산	9	2.39e-01	1.57e-03	6.69e-05	1.07e-03	7.01e-04	8.38e-02
고양	10	2.14e-01	1.46e-03	6.74e-05	8.79e-04	5.92e-04	1.58e-01
과천	11	8.98e-01	4.79e-03	2.13e-04	4.87e-03	2.37e-03	4.16e-02
구리	12	5.91e-01	2.80e-03	9.74e-05	1.21e-03	1.16e-03	4.39e-02
남양주	13	4.52e-01	3.44e-03	1.30e-04	1.44e-03	9.46e-04	3.25e-01
오산	14	4.02e-01	4.54e-03	1.29e-04	2.03e-03	1.82e-03	7.19e-02
시흥	15	4.50e-01	3.13e-03	1.36e-04	1.37e-03	1.18e-03	1.52e-01
군포	16	2.39e-01	1.87e-03	6.93e-05	5.38e-04	7.10e-04	4.66e-02
의왕	17	2.88e-01	3.37e-03	9.10e-05	7.73e-04	1.01e-03	9.36e-02
하남	18	4.69e-01	3.46e-03	1.28e-04	6.98e-04	1.42e-03	1.39e-01
춘천	19	5.25e-01	4.87e-03	2.79e-04	4.72e-04	1.92e-03	6.35e-01
원주	20	4.11e-01	4.29e-03	2.10e-04	2.03e-03	1.38e-03	4.60e-01
강릉	21	4.76e-01	4.37e-03	3.13e-04	0.00e+00	1.66e-03	7.33e-01
동해	22	4.58e-01	4.83e-03	2.59e-04	3.22e-03	1.53e-03	1.82e-01
태백	23	8.37e-01	7.34e-03	4.32e-04	3.99e-03	2.31e-03	3.32e-01
속초	24	5.20e-01	5.28e-03	3.47e-04	4.25e-03	2.01e-03	1.09e-01
삼척	25	8.97e-01	8.58e-03	3.55e-04	3.54e-03	2.22e-03	8.96e-01
청주	26	2.38e-01	2.54e-03	1.46e-04	0.00e+00	9.36e-04	8.14e-02
충주	27	6.26e-01	4.98e-03	2.34e-04	0.00e+00	1.48e-03	6.89e-01

병도 있었다.

7) 특정 투입요소 또는 산출물을 자의적으로 조정이 불가능한 경우에서의 DEA분석기법에 대해서는 부록에서 상세히 설명하였다.

〈表 1〉의 繼續

도시명	DMU	세출결산액	일반직	정무직+별정직	특정직	기능직+고용직	관할면적
제천	28	6.63e-01	5.75e-03	2.80e-04	2.35e-03	1.62e-03	6.03e-01
천안	29	3.73e-01	3.28e-03	1.85e-04	1.60e-03	1.28e-03	3.00e-01
공주	30	6.98e-01	5.88e-03	3.76e-04	2.15e-03	1.59e-03	6.81e-01
보령	31	6.81e-01	6.03e-03	4.31e-04	0.00e+00	1.60e-03	5.66e-01
아산	32	5.51e-01	4.95e-03	3.34e-04	2.31e-03	1.27e-03	3.86e-01
서산	33	6.31e-01	5.53e-03	3.09e-04	2.83e-03	1.32e-03	5.20e-01
전주	34	3.05e-01	2.53e-03	1.40e-04	1.91e-03	1.11e-03	6.36e-02
군산	35	4.97e-01	4.06e-03	3.22e-04	2.45e-03	1.50e-03	1.69e-01
익산	36	3.73e-01	3.81e-03	3.04e-04	1.89e-03	1.27e-03	2.12e-01
정읍	37	5.68e-01	6.38e-03	5.09e-04	2.70e-03	1.35e-03	4.18e-01
남원	38	8.96e-01	8.02e-03	5.40e-04	3.32e-03	1.96e-03	4.97e-01
김제	39	6.98e-01	6.72e-03	5.06e-04	2.65e-03	1.52e-03	3.73e-01
목포	40	3.42e-01	3.19e-03	2.42e-04	3.35e-03	1.75e-03	2.25e-02
여수	41	3.58e-01	3.46e-03	9.53e-04	0.00e+00	1.53e-03	4.10e-02
순천	42	4.61e-01	4.24e-03	2.71e-04	0.00e+00	1.49e-03	6.02e-01
나주	43	7.82e-01	7.63e-03	6.36e-04	4.50e-03	2.14e-03	3.48e-01
여천	44	3.98e-01	4.46e-03	1.28e-05	0.00e+00	1.40e-03	2.36e-01
광양	45	4.96e-01	6.00e-03	2.40e-04	0.00e+00	1.45e-03	4.45e-01
포항	46	4.30e-01	3.21e-03	1.57e-04	2.29e-03	1.01e-03	3.31e-01
경주	47	5.47e-01	4.22e-03	2.71e-04	2.16e-03	1.52e-03	5.70e-01
김천	48	5.79e-01	6.40e-03	3.03e-04	3.64e-03	1.49e-03	5.62e-01
안동	49	6.37e-01	5.63e-03	4.00e-04	2.31e-03	1.85e-03	7.73e-01
구미	50	3.79e-01	3.66e-03	1.81e-04	1.78e-03	1.39e-03	2.89e-01
영주	51	6.10e-01	6.16e-03	3.60e-04	2.29e-03	1.47e-03	4.68e-01
영천	52	6.32e-01	6.51e-03	3.40e-04	2.37e-03	1.79e-03	6.77e-01
상주	53	8.42e-01	7.32e-03	4.11e-04	2.49e-03	1.92e-03	7.72e-01
분경	54	8.19e-01	7.88e-03	4.49e-04	2.82e-03	2.18e-03	7.14e-01
경산	55	4.76e-01	4.52e-03	2.30e-04	2.01e-03	1.20e-03	3.12e-01
창원	56	3.17e-01	2.12e-03	7.50e-05	3.15e-04	6.08e-04	1.95e-01
울산	57	3.71e-01	2.38e-03	8.36e-05	3.55e-04	8.97e-04	2.93e-01
마산	58	2.96e-01	3.39e-03	1.41e-04	9.03e-04	1.43e-03	1.30e-01
진주	59	4.15e-01	3.96e-03	1.64e-04	6.81e-04	1.09e-03	3.61e-01
진해	60	4.58e-01	4.14e-03	1.61e-04	6.37e-04	1.43e-03	1.34e-01
통영	61	6.29e-01	5.30e-03	3.29e-04	8.13e-04	1.67e-03	2.03e-01
사천	62	6.56e-01	6.32e-03	3.58e-04	8.79e-04	1.80e-03	3.44e-01
김해	63	4.05e-01	3.18e-03	1.32e-04	4.26e-04	8.30e-04	3.83e-01
밀양	64	6.78e-01	6.01e-03	3.58e-04	7.46e-04	1.10e-03	7.40e-01
거제	65	4.92e-01	4.89e-03	2.44e-04	5.98e-04	1.09e-03	3.76e-01
제주	66	3.85e-01	2.61e-03	1.80e-04	2.44e-03	1.98e-03	1.39e-01
서귀포	67	7.85e-01	4.99e-03	2.22e-04	1.98e-03	2.15e-03	3.19e-01

註: 세출결산액은 일반회계와 특별회계의 세출결산액 총액에서 일반회계상의 인건비를 제외한 금액을 시민 1인당으로 나타낸 금액(백만원/명)이며, 일반직, 정무직+별정직, 특정직, 기능직+고용직(명/명)은 시민 1인당 각 직종의 공무원 수(명/명)이며, 관할면적은 공무원 1인당 행정구역면적(km²/명)이다.

〈表 2〉 産出物 關聯 基礎 資料

DMU	하수도	상수도	도로	공원	공중변소	사회복지	도서관	주차장	건축허가
1	8.49e+01	9.66e+01	1.92e+01	3.61e-03	1.16e-04	5.02e-04	1.10e+00	2.16e-01	7.42e-03
2	9.03e+01	9.77e+01	3.03e+01	9.56e-03	1.41e-04	2.12e-04	4.09e-01	1.50e-01	5.93e-03
3	9.14e+01	8.92e+01	1.80e+01	4.01e-04	1.63e-04	6.21e-04	8.19e-01	1.84e-01	4.79e-03
4	9.99e+01	9.67e+01	1.91e+01	7.33e-04	1.46e-04	3.92e-04	1.57e+00	1.60e-01	3.25e-03
5	5.74e+01	9.76e+01	2.65e+01	3.10e-03	8.96e-05	3.34e-04	7.16e-01	3.40e-01	3.52e-03
6	9.77e+01	9.83e+01	2.62e+01	1.39e-03	1.13e-04	0.00e+00	1.55e+00	3.02e-02	3.15e-03
7	0.00e+00	7.23e+01	2.38e+01	1.47e-02	3.35e-04	1.35e-03	6.41e-01	1.05e-01	1.00e-02
8	9.48e+01	8.87e+01	1.65e+01	4.50e-02	8.64e-04	6.79e-03	4.59e-01	1.55e-01	7.79e-03
9	9.30e+01	9.78e+01	2.69e+01	5.58e-03	1.18e-04	2.15e-04	9.02e-01	7.25e-02	1.82e-02
10	3.81e+01	8.86e+01	2.67e+01	7.78e-03	9.75e-05	1.55e-03	2.32e-01	4.58e-02	7.56e-03
11	8.95e+01	9.59e+01	3.60e+01	3.67e-01	8.38e-04	1.08e-03	5.85e+00	1.32e-01	4.44e-03
12	8.16e+01	9.70e+01	3.78e+01	1.42e-02	6.96e-06	0.00e+00	1.21e+00	6.83e-02	2.15e-03
13	1.37e+01	6.74e+01	3.05e+01	6.98e-03	3.87e-04	9.93e-04	5.39e-01	2.81e-02	1.26e-02
14	9.28e+01	8.73e+01	5.46e+01	4.58e-04	3.72e-04	8.61e-03	1.62e+00	2.60e-01	1.02e-02
15	1.54e+01	8.48e+01	5.81e+01	3.20e-04	1.93e-04	3.15e-04	0.00e+00	7.55e-02	1.96e-02
16	9.27e+01	9.84e+01	1.04e+01	3.55e-03	8.97e-05	0.00e+00	1.60e+00	1.05e-01	2.87e-03
17	3.16e+01	8.70e+01	3.06e+01	7.55e-04	1.73e-04	5.18e-04	7.29e-01	8.58e-02	2.73e-03
18	0.00e+00	7.35e+01	5.39e+01	3.66e-04	1.62e-04	1.28e-03	0.00e+00	5.30e-02	3.46e-02
19	7.85e+01	8.15e+01	3.97e+00	4.09e-03	3.69e-04	3.73e-03	1.67e+00	1.08e-01	1.03e-02
20	7.37e+01	7.77e+01	3.29e+01	5.97e-04	5.88e-04	2.09e-03	1.80e+00	7.93e-02	1.64e-02
21	6.04e+01	8.59e+01	5.12e+00	1.96e-04	4.38e-04	1.45e-03	5.78e-01	2.09e-01	1.02e-02
22	7.00e+01	9.27e+01	1.29e+01	4.54e-02	6.98e-04	0.00e+00	5.68e-01	2.70e-01	8.93e-03
23	8.02e+01	9.74e+01	1.77e+01	6.28e-02	5.24e-04	1.54e-03	1.47e+00	1.45e-01	4.68e-03
24	6.84e+01	9.85e+01	1.79e+01	1.24e-06	8.43e-04	0.00e+00	3.15e+00	2.41e-01	9.15e-03
25	5.11e+01	7.18e+01	5.20e+01	3.33e-05	4.66e-04	4.42e-03	1.59e+00	1.93e-01	5.30e-03
26	9.10e+01	8.97e+01	2.78e+01	2.12e-06	2.06e-04	2.71e-03	9.13e-10	6.38e-01	1.15e-02
27	5.86e+01	7.12e+01	4.95e+01	1.24e-02	6.00e-04	2.12e-03	8.77e-10	3.63e-01	2.03e-02
28	5.70e+01	6.65e+01	5.16e+01	1.04e-03	6.56e-04	3.05e-03	1.52e+00	6.46e-02	1.65e-02
29	6.60e+01	6.77e+01	1.50e+01	1.79e-03	2.36e-04	1.41e-03	0.00e+00	1.59e-01	1.18e-02
30	0.00e+00	4.14e+01	5.96e+00	1.26e-02	1.23e-03	1.19e-02	1.26e+00	1.61e-01	1.31e-02
31	0.00e+00	4.63e+01	4.95e+01	1.16e-02	5.04e-04	3.19e-03	2.61e-10	1.56e-01	8.09e-03
32	0.00e+00	4.87e+01	3.63e+01	0.00e+00	2.39e-04	1.10e-02	8.47e-10	1.75e-01	1.22e-02
33	0.00e+00	3.55e+01	8.72e+00	1.35e+03	6.82e-04	1.26e-03	7.03e-10	8.15e-02	6.90e-03
34	3.68e+01	9.14e+01	7.90e+00	5.12e-03	3.10e-04	1.88e-03	1.82e+00	2.91e-01	8.88e-03
35	0.00e+00	8.22e+01	9.17e+00	1.29e-02	1.88e-04	2.57e-03	2.16e-10	3.08e-01	7.50e-03
36	2.63e+01	7.63e+01	2.00e+01	2.45e-03	4.25e-04	3.57e-03	8.66e-01	3.20e-01	7.14e-03
37	0.00e+00	5.27e+01	3.15e+01	4.62e-04	6.34e-04	5.95e-04	1.06e+00	2.72e-01	7.75e-03

〈表 2〉의 繼續

DMU	하수도	상수도	도로	공원	공중변소	사회복지	도서관	주차장	건축허가
38	3.55e+01	4.83e+01	3.19e+01	1.39e-02	9.16e-04	4.73e-03	2.39e-01	2.45e-01	1.05e-02
39	0.00e+00	3.90e+01	3.11e+01	1.11e-03	6.07e-04	3.35e-04	2.31e-01	1.18e-01	1.15e-02
40	8.02e+01	9.75e+01	1.74e+01	4.11e-03	1.92e-04	8.16e-03	2.58e+00	9.59e-03	7.17e-03
41	7.22e+01	9.65e+01	1.03e+01	1.27e-03	2.32e-04	3.11e-03	1.28e-01	5.93e-02	1.12e-02
42	5.70e+01	6.59e+01	1.47e+01	1.16e-03	3.82e-04	2.33e-03	5.48e-01	2.08e-02	8.22e-03
43	2.85e+01	3.28e+01	2.88e+01	7.46e-04	6.02e-05	2.61e-03	1.89e+00	1.28e-01	7.20e-03
44	8.33e+01	8.35e+01	8.41e+00	5.13e-05	3.59e-04	0.00e+00	1.01e+00	5.27e-02	1.35e-02
45	1.32e+01	7.15e+01	2.25e+01	2.96e-03	3.79e-04	0.00e+00	1.03e+00	1.09e-01	6.28e-03
46	0.00e+00	8.00e+01	7.47e+00	1.98e-03	2.84e-04	3.95e-04	5.16e-01	7.40e-02	1.50e-02
47	4.90e+01	5.87e+01	2.18e+01	3.18e-02	6.76e-04	1.20e-03	1.27e+00	9.31e-02	1.50e-02
48	0.00e+00	5.24e+01	4.37e+01	1.05e-04	4.02e-04	4.37e-03	2.39e-01	2.08e-01	1.84e-02
49	5.47e+01	6.29e+01	4.37e+01	1.18e-04	4.31e-04	4.88e-03	2.25e+00	2.78e-01	5.88e-03
50	6.64e+01	8.21e+01	1.08e+01	2.56e-04	7.23e-05	4.54e-04	2.06e+00	8.33e-02	1.25e-02
51	0.00e+00	6.82e+01	3.20e+01	1.44e-04	3.75e-04	1.63e-03	1.46e+00	1.81e-01	8.04e-03
52	4.31e+01	5.11e+01	3.51e+01	9.16e-04	5.51e-04	4.91e-03	9.71e-01	1.06e-01	2.36e-02
53	0.00e+00	4.35e+01	4.64e+01	7.47e-05	5.00e-04	1.29e-03	1.95e+00	2.34e-01	1.55e-02
54	0.00e+00	6.64e+01	3.28e+01	1.25e-04	5.64e-04	9.50e-04	7.53e-01	2.29e-01	3.11e-02
55	4.31e+01	6.84e+01	4.36e+01	4.77e-04	3.38e-04	2.58e-03	1.49e-01	1.35e-01	2.03e-02
56	8.18e+01	7.97e+01	1.90e+01	6.27e-03	2.40e-04	7.23e-04	9.57e-01	1.08e-01	9.52e-03
57	5.91e+01	8.17e+01	1.68e+01	3.52e-04	2.67e-04	5.90e-04	8.50e-01	9.91e-02	1.24e-02
58	6.80e+01	9.10e+01	2.53e+01	6.45e-03	4.24e-04	1.69e-03	4.15e-01	1.51e-01	7.59e-03
59	7.47e+01	8.09e+01	2.02e+01	7.99e-02	1.37e-04	2.07e-03	6.38e-01	1.59e-01	3.05e-03
60	4.97e+01	9.23e+01	1.61e+01	1.10e-02	4.45e-04	4.28e-03	1.04e+00	1.23e-01	4.18e-03
61	3.15e+01	7.17e+01	3.96e+01	2.10e-03	4.13e-04	1.16e-03	4.56e-01	1.36e-01	3.11e-03
62	0.00e+00	7.18e+01	3.24e+01	4.07e-03	5.37e-04	1.11e-03	1.61e+00	8.93e-02	2.90e-03
63	0.00e+00	6.86e+01	1.17e+01	1.84e-03	3.96e-04	2.75e-03	7.48e-01	3.10e-02	2.91e-03
64	0.00e+00	5.72e+01	3.98e+01	0.00e+00	5.86e-04	1.27e-03	7.68e-01	2.88e-01	2.28e-03
65	5.74e+01	7.01e+01	1.65e+01	1.02e-03	5.72e-04	2.06e-03	3.85e-01	3.15e-02	1.79e-03
66	8.20e+01	1.00e+02	4.46e+01	7.32e-03	3.25e-04	1.98e-03	1.75e+00	2.89e-01	4.24e-03
67	6.90e+00	9.98e+01	2.75e+01	3.70e-02	6.67e-04	9.83e-04	1.55e+00	1.99e-01	4.62e-03

註 : 하수도는 하수처리 시민 수를 총 시민수로 나눈 백분율인 하수도보급률(%), 상수도는 급수 시민 수를 총 시민수로 나눈 백분율인 상수도보급률(%), 도로는 도로 면적을 시가지 면적으로 나눈 백분율인 도로율(%), 공원은 시민 1인당 도시공원 면적(1,000m²/명), 공중변소는 시민 1인당 공중변소의 개수(개/명), 사회복지는 시민 1인당 사회복지시설 수용인원(명/명), 도서관은 시민 1인당 공공도서관 입관자수(명/명), 주차장은 등록차량 1대당 공영주차장 면수(면/대), 건축허가는 1세대당 건축허가 건수(동/세대)로 각각 정의되었다.

2. 效率性的 計測 및 分析方法

效率性的 計測 및 分析을 위하여 여러 가지 형태의 DEA모형을 分析하였는데 實證分析의 통일적인 제시를 위하여 앞 장에서의 표기와는 달리 다음과 같이 모형을 재표현하여 관련되는 수치값들을 제시하고자 한다⁸⁾.

○ 투입지향적 포락문제(input-oriented envelopment problem)

-기본계획(개별 DMU인 (X_0, Y_0) 의 문제로서, X 는 (투입요소의 종류) \times (DMU의 총 개수) 크기로 구성된 투입요소 벡터를 의미하며, Y 는 (산출물의 종류) \times (DMU의 총 개수) 크기로 구성된 產出物 벡터를 의미함)

$$\begin{aligned} & \min \theta \text{ with respect to } \theta, \lambda \\ & \text{subject to} \\ & Y\lambda \geq Y_0 \\ & \theta X_0 - X\lambda \geq 0 \\ & \theta \text{ free, } \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

- λ 의 구성요소의 총합에 대한 추가적인 제약의 도입 유무에 따른 모형의 분류(λ 의 값은 DEA효율성 측정의 기준 기술(reference technology)제약에 해당함)

· 모형 I_0 : λ 의 구성요소의 총합에 대한 추가적인 제약이 없음

[CCR-CRS]

· 모형 I_1 : $e^T \lambda \leq 1$ [hybrid-NIRS]

· 모형 I_2 : $e^T \lambda \geq 1$ [hybrid-NDRS]

· 모형 I_3 : $e^T \lambda = 1$ [BCC-VRS]

8) 이 표기들은 Seiford and Thrall(1990)에서 원용한 것이다.

-특정 DMU인 점 (X_0, Y_0) 에 대한 DEA변경 위에 위치할 투사업에
 해당하는 목표점(target) $\equiv (\theta X_0, Y\lambda)$

-특정 DMU인 점 (X_0, Y_0) 의 효율성지표 값 $\equiv \theta$

○ 자의적인 조정이 불가능한 투입요소가 있는 경우에서의 투입지향적
 포락문제(input-oriented envelopment problem)

-위의 투입지향적 포락문제의 기본계획 중 2번째 제약을 다음과 같
 이 수정하여야 한다(전체 m 개의 투입요소 중 j 번째 투입요소의 최
 대 사용가능량이 결정되어 있는 경우를 상정함).

$$\theta X_0 - X\lambda \geq 0 \Rightarrow \begin{matrix} \theta \\ \theta \\ \vdots \\ \theta \\ 1 \\ \theta \\ \theta \end{matrix} \quad X_0 - X\lambda \geq 0$$

(j번째 자리)

○ 산출지향적 포락문제(output-oriented envelopment problem)

-기본계획(개별 DMU인 (X_0, Y_0) 의 문제로서, X 는 (투입요소의
 종류) \times (DMU의 총 개수) 크기로 구성된 투입요소 벡터를 의미하
 며, Y 는 (산출물의 종류) \times (DMU의 총 개수) 크기로 구성된 산
 출물 벡터를 의미함)

max ϕ with respect to ϕ, λ

subject to

$$X\lambda \leq X_0$$

$$\phi Y_0 - Y\lambda \leq 0$$

$$\phi \text{ free, } \lambda \geq 0$$

- λ 의 구성요소의 총합에 대한 추가적인 제약의 도입 유무에 따른 모형의 분류(λ 의 값은 DEA 효율성 측정의 기준 기술(reference technology) 제약에 해당함)

· 모형 O_0 : λ 의 구성요소의 총합에 대한 추가적인 제약이 없음

[CCR-CRS]

· 모형 O_1 : $e^T \lambda \leq 1$ [hybrid-NIRS]

· 모형 O_2 : $e^T \lambda \geq 1$ [hybrid-NDRS]

· 모형 O_3 : $e^T \lambda = 1$ [BCC-VRS]

- 특정 DMU인 점 (X_0, Y_0) 에 대한 DEA변경 위에 위치할 투자점에 해당하는 목표점(target) $\equiv (X\lambda, \phi Y_0)$

- 특정 DMU인 점 (X_0, Y_0) 의 효율성지표 값 $\equiv \frac{1}{\phi}$

○ 자의적인 조정이 불가능한 산출물이 있는 경우에서의 산출지향적 포락문제(output-oriented envelopment problem)

- 위의 투입지향적 포락문제의 기본계획 중 2번째 제약을 다음과 같이 수정하여야 한다(전체 s 개의 산출물 중 k 번째 산출물의 최소량이 정해져 있는 경우를 상정함).

$$\phi Y_0 - Y\lambda \geq 0 \Rightarrow \begin{matrix} \phi \\ \phi \\ \vdots \\ \phi \\ 1 \\ \phi \\ \phi \end{matrix} Y_0 - Y\lambda \geq 0$$

(k 번째 자리)

부록에는 위의 각각의 문제형태에 대한 간단한 설명이 포함되어 있다. 자의적인 조정이 불가능한 투입요소나 산출물이 있는 경우의 기술적 효

율성지표의 값보다 클 수가 없다.

3. 韓國 中小都市의 生産性 分析結果

앞 節에서 요약된 여러 가지 DEA모형을 통하여 각 도시의 효율성지표를 계산하였다.

다음에 제시된 <表 3>~<表 8>에서는 각각의 경우에 해당하는 효율성지표의 값을 요약하였다. 준거집단의 구성 및 효율적 변경에 상응하는 목표점을 구성하는 준거집단 구성점의 가중치에 대한 情報는 지면을 절약하기 위하여 생략하였다⁹⁾. 개별 도시마다 총 40개의 효율성지표가 수록되어 있는데, 투입요소의 분류, 자의적 조정이 불가능한 투입요소의 존재여부, 기준 기술여건, 효율성지표 계측의 지향성 등의 면에서 상이함에도 불구하고 효율성지표의 값의 상대적인 순위는 아주 유사함을 발견할 수 있다.

총 40개의 지표를 요약하여 전체적인 실적을 파악하기 위하여, <表 9>에는 40개의 효율성지표의 요약통계치를 수록하였으며, <表 10>과 <表 11>에는 각각 가장 효율적인 도시군과 가장 비효율적인 도시군을 수록하였다. <表 10>을 보면, 성남, 광명, 안산, 고양, 과천, 오산, 시흥, 군포, 원주, 동해, 속초, 청주, 충주, 아산, 전주, 창원, 마산, 동두천, 하남, 공주, 목포가 계측된 모든 경우에서 효율성지표의 값이 1로 나타남으로써 가장 효율적인 도시로 판단되었다. 반면 <表 11>에 의하면, 나주(0.478), 군산(0.600), 영주(0.658), 태백(0.659), 천안(0.667), 삼척(0.693), 서산(0.700), 포항(0.741), 김제(0.748), 상주(0.749), 평택(0.754), 광양(0.792), 문경(0.792), 통영(0.796), 순천(0.796)의 순서로 효율성지표의 표본평균값이 낮게 계측되어 가장 비효율적인 15개 도시군으로 판명되었다.

9) 생략된 부분에 대한 결과는 저자에게서 직접 얻을 수 있다.

〈表 3〉 效率性指標 (I) : 모든 투입요소와 산출물의
자의적인 조정이 가능한 경우

투입요소 : 세출결산액, 공무원 수

산출물 : 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 도시공원 시설의 면적, 공중변소의 개수, 사
회복지시설 수용인원, 공공도서관 입관자수, 공영주차장의 면수, 건축허가 건수

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃	O ₀	O ₁	O ₂	O ₃
1	0.850	0.858	0.850	0.858	0.850	0.987	0.850	0.987
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	0.776	0.776	0.793	0.793	0.776	0.930	0.776	0.930
4	0.972	1.000	0.972	1.000	0.972	1.000	0.972	1.000
5	0.934	1.000	0.934	1.000	0.934	1.000	0.934	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	0.665	0.665	0.692	.	0.665	0.773	0.665	0.773
8	1.000	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	0.915	1.000	0.915	1.000	0.915	1.000	0.915	1.000
13	0.812	0.812	0.822	0.822	0.812	0.821	0.812	0.821
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
17	0.842	0.842	0.858	0.858	0.842	0.883	0.842	0.883
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
19	0.742	0.742	0.742	0.742	0.742	0.877	0.742	0.877
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	0.798	0.836	0.798	0.836	0.798	0.917	0.798	0.917
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
23	0.511	0.590	0.511	0.590	0.511	0.987	0.511	0.987
24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
25	0.525	0.552	0.525	0.552	0.525	0.977	0.525	0.977
26	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
27	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
28	0.881	.	0.881	.	0.881	1.000	0.881	1.000
29	0.616	0.616	0.670	0.670	0.616	0.747	0.616	0.747
30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
31	0.825	0.843	0.825	0.843	0.825	0.954	0.825	0.954
32	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
33	0.633	0.633	0.692	0.692	0.633	0.641	0.633	0.641
34	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
35	0.482	0.482	0.510	.	0.482	0.862	0.482	0.862

〈表 3〉의 繼續

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I_0	I_1	I_2	I_3	O_0	O_1	O_2	O_3
36	0.846	0.846	0.870	0.870	0.846	0.880	0.846	0.880
37	0.770	0.812	0.770	0.812	0.770	0.893	0.770	0.893
38	0.697	.	0.697	.	0.697	1.000	0.697	1.000
39	0.638	0.640	0.638	0.640	0.638	0.771	0.638	0.771
40	1.000	1.000	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
41	0.738	0.910	0.738	0.910	0.738	0.989	0.738	0.989
42	0.696	0.696	0.741	0.741	0.696	0.748	0.696	0.748
43	0.382	0.402	0.382	0.402	0.382	0.624	0.382	0.624
44	0.812	0.846	0.812	0.846	0.812	0.920	0.812	0.920
45	0.616	0.616	0.635	0.635	0.616	0.741	0.616	0.741
46	0.653	0.653	0.673	0.673	0.653	0.846	0.653	0.846
47	0.902	0.902	0.902	0.902	0.902	0.934	0.902	0.934
48	0.700	0.732	0.700	0.732	0.700	0.904	0.700	0.904
49	0.742	0.773	0.742	0.773	0.742	0.944	0.742	0.944
50	0.896	0.931	0.896	0.931	0.896	0.957	0.896	0.957
51	0.553	0.559	0.553	0.559	0.553	0.749	0.553	0.749
52	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000
53	0.610	0.657	0.610	0.657	0.610	0.958	0.610	0.958
54	0.689	.	0.689	.	0.689	1.000	0.689	1.000
55	0.819	0.840	0.819	0.840	0.819	0.896	0.819	0.896
56	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
57	0.981	0.982	0.981	0.982	0.981	0.985	0.981	0.985
58	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
59	0.866	0.866	0.898	.	0.866	0.880	0.866	0.880
60	0.849	0.972	0.849	0.972	0.849	0.992	0.849	0.992
61	0.683	0.686	0.683	0.686	0.683	0.828	0.683	0.828
62	0.713	0.715	0.713	0.715	0.713	0.812	0.713	0.812
63	0.911	0.911	0.939	.	0.911	0.920	0.911	0.920
64	0.796	0.796	0.796	0.796	0.796	0.874	0.796	0.874
65	0.845	0.845	0.845	0.845	0.845	0.882	0.845	0.882
66	0.975	.	0.975	.	0.975	1.000	0.975	1.000
67	0.765	1.000	0.765	1.000	0.765	1.000	0.765	1.000

註: '.'으로 표시된 값은 DEA모형을 푸는 선형계획법에서 1000번의 평가를 통해서도 값을 구할 수 없었던 경우에 해당함.

〈表 4〉 效率性指標(Ⅱ) : 모든 투입요소와 산출물의
자의적인 조정이 가능한 경우

투입요소 : 세출결산액, 일반직, 정무직 및 별정직, 특정직, 기능직 및 고용직
산출물 : 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 도시공원 시설의 면적, 공중변소의 개수, 사
회복지시설 수용인원, 공공도서관 입관자수, 공영주차장의 면수, 건축허가 건수

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃	O ₀	O ₁	O ₂	O ₃
1	0.926	0.926	0.927	0.927	0.926	0.994	0.926	0.994
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	0.914	0.914	0.917	0.917	0.914	0.958	0.914	0.958
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	0.772	0.772	0.778	0.778	0.772	0.830	0.772	0.830
8	1.000	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
17	0.980	0.980	0.986	0.986	0.980	0.980	0.982	0.982
18	1.000	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
19	0.805	1.000	0.805	1.000	0.805	1.000	0.805	1.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	0.985	1.000	0.985	1.000	0.985	1.000	0.985	1.000
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
23	0.560	0.703	0.560	0.703	0.560	0.987	0.560	0.987
24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
25	0.687	0.746	0.687	0.746	0.687	0.977	0.687	0.977
26	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
27	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
28	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
29	0.629	0.629	0.703	0.703	0.629	0.747	0.629	0.747
30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
31	1.000	.	1.000	.	1.000	.	1.000	.
32	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
33	0.720	0.720	0.793	0.793	0.720	0.720	0.723	0.723
34	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
35	0.537	0.537	0.551	0.551	0.537	0.862	0.537	0.862

〈表 4〉의 繼續

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃	O ₀	O ₁	O ₂	O ₃
36	0.860	0.860	0.887	.	0.860	0.898	0.860	0.898
37	0.938	0.938	0.940	0.940	0.938	0.939	0.938	0.939
38	0.802	.	0.802	.	0.802	1.000	0.802	1.000
39	0.771	0.771	0.779	0.779	0.771	0.792	0.771	0.792
40	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
41	0.932	.	0.932	.
42	0.889	0.889	0.892	0.892	0.889	.	0.889	.
43	0.493	0.493	0.493	0.493	0.493	0.624	0.493	0.624
44	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
45	0.875	1.000	0.875	1.000	0.875	1.000	0.875	1.000
46	0.759	0.759	0.771	0.771	0.759	0.872	0.759	0.872
47	0.922	0.930	0.922	0.930	0.922	0.961	0.922	0.961
48	0.879	0.888	0.879	0.888	0.879	0.918	0.879	0.918
49	0.841	0.892	0.841	0.892	0.841	0.944	0.841	0.944
50	0.923	0.993	0.923	0.993	0.923	0.995	0.923	0.995
51	0.697	0.713	0.697	0.713	0.697	0.790	0.697	0.790
52	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000
53	0.731	0.825	0.731	0.825	0.731	0.958	0.731	0.958
54	0.729	.	0.729	.	0.729	1.000	0.729	1.000
55	0.998	1.000	0.998	1.000	0.998	1.000	0.998	1.000
56	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
57	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
58	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
59	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
60	1.000	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
61	0.702	0.702	0.705	0.705	0.702	0.868	0.702	0.868
62	0.776	0.842	0.776	0.842	0.776	0.909	0.776	0.909
63	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
64	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
65	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
66	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
67	0.887	.	0.887	.	0.887	1.000	0.887	1.000

註: '.'으로 표시된 값은 DEA모형을 푸는 선형계획법에서 1000번의 평가를 통해서도 값을 구할 수 없었던 경우에 해당함.

〈表 5〉 效率性指標(Ⅲ) : 모든 투입요소와 산출물의
자의적인 조정이 가능한 경우

투입요소 : 세출결산액, 공무원 수, 관할면적

산출물 : 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 도시공원 시설의 면적, 공중변소의 개수, 사
회복지시설 수용인원, 공공도서관 입관자수, 공영주차장의 면수, 건축허가 건수

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃	O ₀	O ₁	O ₂	O ₃
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	0.800	0.800	0.821	0.821	0.800	0.930	0.800	0.930
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	0.674	0.674	0.693	.	0.674	0.773	0.674	0.773
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
13	0.823	0.823	0.824	0.824	0.823	0.840	0.823	0.840
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
17	0.842	0.842	0.859	0.859	0.842	0.883	0.842	0.883
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
19	0.742	0.742	0.742	0.742	0.742	0.877	0.742	0.877
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	0.798	0.836	0.798	0.836	0.798	0.917	0.798	0.917
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
23	0.511	0.590	0.511	0.590	0.511	0.987	0.511	0.987
24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
25	0.525	0.552	0.525	0.552	0.525	0.977	0.525	0.977
26	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
27	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
28	0.881	.	0.881	.	0.881	1.000	0.881	1.000
29	0.616	0.616	0.670	0.670	0.616	0.747	0.616	0.747
30	1.000	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
31	0.825	0.849	0.825	0.849	0.825	0.954	0.825	0.954
32	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
33	0.636	0.636	0.692	0.692	0.636	0.642	0.636	0.642
34	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
35	0.482	0.482	0.518	.	0.482	0.862	0.482	0.862

〈表 5〉의 繼續

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃	O ₀	O ₁	O ₂	O ₃
36	0.846	0.846	0.870	0.870	0.846	0.880	0.846	0.880
37	0.770	0.812	0.770	0.812	0.770	0.899	0.770	0.899
38	0.727	.	0.727	.	0.727	1.000	0.727	1.000
39	0.652	0.674	0.652	0.674	0.652	0.814	0.652	0.814
40	1.000	1.000	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
41	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
42	0.696	0.696	0.741	0.741	0.696	0.748	0.696	0.748
43	0.382	0.402	0.382	0.402	0.382	0.624	0.382	0.624
44	0.812	0.846	0.812	0.846	0.812	0.920	0.812	0.920
45	0.616	0.616	0.635	0.635	0.616	0.741	0.616	0.741
46	0.653	0.653	0.673	0.673	0.653	0.846	0.653	0.846
47	0.902	0.902	0.902	0.902	0.902	0.934	0.902	0.934
48	0.700	0.732	0.700	0.732	0.700	0.904	0.700	0.904
49	0.742	0.773	0.742	0.773	0.742	0.944	0.742	0.944
50	0.896	0.931	0.896	0.931	0.896	0.957	0.896	0.957
51	0.553	0.559	0.553	0.559	0.553	0.749	0.553	0.749
52	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000
53	0.610	0.657	0.610	0.657	0.610	0.958	0.610	0.958
54	0.689	.	0.689	.	0.689	1.000	0.689	1.000
55	0.819	0.840	0.819	0.840	0.819	0.896	0.819	0.896
56	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
57	0.981	0.982	0.981	0.982	0.981	0.985	0.981	0.985
58	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
59	0.866	0.866	0.898	.	0.866	0.880	0.866	0.880
60	0.906	0.972	0.906	0.972	0.906	0.992	0.906	0.992
61	0.761	0.787	0.761	0.787	0.761	0.836	0.761	0.836
62	0.717	0.740	0.717	0.740	0.717	0.812	0.717	0.812
63	0.911	0.911	0.939	.	0.911	0.920	0.911	0.920
64	0.796	0.796	0.796	0.796	0.796	0.874	0.796	0.874
65	0.845	0.845	0.845	0.845	0.845	0.882	0.845	0.882
66	0.975	.	0.975	.	0.975	1.000	0.975	1.000
67	0.813	.	0.813	.	0.813	1.000	0.813	1.000

註: '.'으로 표시된 값은 DEA모형을 푸는 선형계획법에서 1000번의 평가를 통해서도 값을 구할 수 없었던 경우에 해당함.

〈表 6〉 效率性指標(Ⅳ) : 모든 투입요소와 산출물의
자의적인 조정이 가능한 경우

투입요소 : 세출결산액, 일반직, 정무직 및 별정직, 특정직, 기능직 및 고용직, 관할면적
산출물 : 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 도시공원 시설의 면적, 공중변소의 개수, 사
회복지시설 수용인원, 공공도서관 입관자수, 공영주차장의 면수, 건축허가 건수

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃	O ₀	O ₁	O ₂	O ₃
1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
3	0.949	0.949	0.960	0.960	0.949	0.958	0.949	0.958
4	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
7	0.815	0.815	0.823	0.823	0.815	0.836	0.815	0.836
8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
17	0.999	0.999	1.000	1.000	0.999	0.999	1.000	1.000
18	1.000	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
19	0.805	1.000	0.805	1.000	0.805	1.000	0.805	1.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
21	0.985	1.000	0.985	1.000	0.985	1.000	0.985	1.000
22	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
23	0.562	0.703	0.562	0.703	0.562	0.987	0.562	0.987
24	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
25	0.687	0.746	0.687	0.746	0.687	0.977	0.687	0.977
26	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
27	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
28	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
29	0.629	0.629	0.703	0.703	0.629	0.747	0.629	0.747
30	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
31	1.000	.	1.000	.	1.000	1.000	1.000	1.000
32	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
33	0.738	0.738	0.793	0.793	0.738	0.738	0.741	0.741
34	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
35	0.574	0.574	0.605	0.605	0.574	0.862	0.574	0.862

〈表 6〉의 繼續

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)				산출지향적 모형에서의 효율성지표($1/\phi$)			
	I_0	I_1	I_2	I_3	O_0	O_1	O_2	O_3
36	0.862	0.862	0.892	.	0.862	0.898	0.862	0.898
37	0.975	0.987	0.975	0.987	0.975	0.990	0.975	0.990
38	0.903	1.000	0.903	1.000	0.903	1.000	0.903	1.000
39	0.857	0.857	0.860	0.860	0.857	0.877	0.857	0.877
40	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
41	1.000	.	1.000	.
42	0.889	0.889	0.892	0.892	0.889	.	0.889	.
43	0.493	0.493	0.493	0.493	0.493	0.624	0.493	0.624
44	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
45	0.875	1.000	0.875	1.000	0.875	1.000	0.875	1.000
46	0.759	0.759	0.771	0.771	0.759	0.872	0.759	0.872
47	0.922	0.930	0.922	0.930	0.922	0.961	0.922	0.961
48	0.879	0.888	0.879	0.888	0.879	0.918	0.879	0.918
49	0.841	0.892	0.841	0.892	0.841	0.944	0.841	0.944
50	0.923	0.993	0.923	0.993	0.923	0.995	0.923	0.995
51	0.697	0.713	0.697	0.713	0.697	0.790	0.697	0.790
52	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000	0.798	1.000
53	0.731	0.825	0.731	0.825	0.731	0.958	0.731	0.958
54	0.729	.	0.729	.	0.729	1.000	0.729	1.000
55	0.998	1.000	0.998	1.000	0.998	1.000	0.998	1.000
56	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
57	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
58	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
59	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
60	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
61	0.840	0.975	0.840	0.975	0.840	0.988	0.840	0.988
62	0.802	0.988	0.802	0.988	0.802	0.993	0.802	0.993
63	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
64	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
65	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
66	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
67	0.899	.	0.899	.	0.899	1.000	0.899	1.000

註 : '.'으로 표시된 값은 DEA모형을 푸는 선형계획법에서 1000번의 평가를 통해서도 값을 구할 수 없었던 경우에 해당함.

〈表 7〉 效率性指標(V) : 관할면적 = 자의적인 조정이 불가능한 투입요소

투입요소 : 세출결산액, 공무원 수, 관할면적

산출물 : 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 도시공원 시설의 면적, 공중변소의 개수, 사회복지시설 수용인원, 공공도서관 입관자수, 공영주차장의 면수, 건축허가 건수

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃
1	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000
3	0.776	0.776	0.794	0.794
4	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000
7	0.665	0.665	0.692	.
8	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000
13	0.812	0.812	0.822	0.822
14	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000
17	0.842	0.842	0.859	0.859
18	1.000	1.000	1.000	1.000
19	0.742	0.742	0.742	0.742
20	1.000	1.000	1.000	1.000
21	0.798	0.836	0.798	0.836
22	1.000	1.000	1.000	1.000
23	0.511	0.590	0.511	0.590
24	1.000	1.000	1.000	1.000
25	0.525	0.552	0.525	0.552
26	1.000	1.000	1.000	1.000
27	1.000	1.000	1.000	1.000
28	0.881	.	0.881	.
29	0.616	0.616	0.670	0.670
30	1.000	1.000	1.000	1.000
31	0.825	0.843	0.825	0.843
32	1.000	1.000	1.000	1.000
33	0.633	0.633	0.692	0.692
34	1.000	1.000	1.000	1.000
35	0.482	0.482	0.510	.

〈表 7〉의 繼續

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)			
	I_0	I_1	I_2	I_3
36	0.846	0.846	0.870	0.870
37	0.770	0.812	0.770	0.812
38	0.698	.	0.698	.
39	0.638	0.644	0.638	0.644
40	1.000	1.000	1.000	.
41	1.000	1.000	1.000	1.000
42	0.696	0.696	0.741	0.741
43	0.382	0.402	0.382	0.402
44	0.812	0.846	0.812	0.846
45	0.616	0.616	0.635	0.635
46	0.653	0.653	0.673	0.673
47	0.902	0.902	0.902	0.902
48	0.700	0.732	0.700	0.732
49	0.742	0.773	0.742	0.773
50	0.896	0.931	0.896	0.931
51	0.553	0.559	0.553	0.559
52	0.798	1.000	0.798	1.000
53	0.610	0.657	0.610	0.657
54	0.689	.	0.689	.
55	0.819	0.840	0.819	0.840
56	1.000	1.000	1.000	1.000
57	0.981	0.982	0.981	0.982
58	1.000	1.000	1.000	1.000
59	0.866	0.866	0.898	.
60	0.891	0.972	0.891	0.972
61	0.739	0.764	0.739	0.764
62	0.713	0.717	0.713	0.717
63	0.911	0.911	0.939	.
64	0.796	0.796	0.796	0.796
65	0.845	0.845	0.845	0.845
66	0.975	.	0.975	.
67	0.793	.	0.793	.

註: '.'으로 표시된 값은 DEA모형을 푸는 선형계획법에서 1000번의 평가를 통해서도 값을 구할 수 없었던 경우에 해당함.

〈表 8〉 效率性指標(VI) : 관할면적 = 자의적인 조정이 불가능한 투입요소

투입요소 : 세출결산액, 일반직, 정무직 및 별정직, 특정직, 기능직 및 고용직, 관할면적
 산출물 : 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 도시공원 시설의 면적, 공중변소의 개수, 사
 회복지시설 수용인원, 공공도서관 입관자수, 공영주차장의 면수, 건축허가 건수

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)			
	I_0	I_1	I_2	I_3
1	1.000	1.000	1.000	1.000
2	1.000	1.000	1.000	1.000
3	0.944	0.944	0.956	0.956
4	1.000	1.000	1.000	1.000
5	1.000	1.000	1.000	1.000
6	1.000	1.000	1.000	1.000
7	0.784	0.784	0.793	0.793
8	1.000	1.000	1.000	1.000
9	1.000	1.000	1.000	1.000
10	1.000	1.000	1.000	1.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000
17	0.999	0.999	1.000	1.000
18	1.000	.	1.000	.
19	0.805	1.000	0.805	1.000
20	1.000	1.000	1.000	1.000
21	0.985	1.000	0.985	1.000
22	1.000	1.000	1.000	1.000
23	0.560	0.703	0.560	0.703
24	1.000	1.000	1.000	1.000
25	0.687	0.746	0.687	0.746
26	1.000	1.000	1.000	1.000
27	1.000	1.000	1.000	1.000
28	.	1.000	.	1.000
29	0.629	0.629	0.703	0.703
30	1.000	1.000	1.000	1.000
31	1.000	.	1.000	.
32	1.000	1.000	1.000	1.000
33	0.720	0.720	0.793	0.793
34	1.000	1.000	1.000	1.000
35	0.537	0.537	0.551	0.551

〈表 8〉의 繼續

DMU	투입지향적 모형에서의 효율성지표(θ)			
	I ₀	I ₁	I ₂	I ₃
36	0.860	0.860	0.887	.
37	0.970	0.983	0.970	0.983
38	0.872	.	0.872	.
39	0.814	0.814	0.817	0.817
40	1.000	1.000	1.000	1.000
41	1.000	1.000	1.000	1.000
42	0.889	0.889	0.892	0.892
43	0.493	0.493	0.493	0.493
44	1.000	1.000	1.000	1.000
45	0.875	1.000	0.875	1.000
46	0.759	0.759	0.771	0.771
47	0.922	0.930	0.922	0.930
48	0.879	0.888	0.879	0.888
49	0.841	0.892	0.841	0.892
50	0.923	0.993	0.923	0.993
51	0.697	0.713	0.697	0.713
52	0.798	1.000	0.798	1.000
53	0.731	0.825	0.731	0.825
54	0.729	.	0.729	.
55	0.998	1.000	0.998	1.000
56	1.000	1.000	1.000	1.000
57	1.000	1.000	1.000	1.000
58	1.000	1.000	1.000	1.000
59	1.000	1.000	1.000	1.000
60	1.000	1.000	1.000	1.000
61	0.815	0.948	0.815	0.948
62	0.776	0.977	0.776	0.977
63	1.000	1.000	1.000	1.000
64	1.000	1.000	1.000	1.000
65	1.000	1.000	1.000	1.000
66	1.000	1.000	1.000	1.000
67	0.890	.	0.890	.

註: '.'으로 표시된 값은 DEA모형을 푸는 선형계획법에서 1000번의 평가를 통해서도 값을 구할 수 없었던 경우에 해당함.

〈表 9〉 效率性指標들의 要約統計值

	표본평균	표본표준오차	최저치	최고치	계산되지 않은 경우의 수
◆ 효율성지표(Ⅰ) 〈表 3〉					
I_0	0.832	0.162	0.382	1.000	0
I_1	0.852	0.163	0.402	1.000	5
I_2	0.837	0.158	0.382	1.000	0
I_3	0.863	0.154	0.402	1.000	10
O_0	0.832	0.162	0.382	1.000	0
O_1	0.930	0.095	0.624	1.000	0
O_2	0.832	0.162	0.382	1.000	0
O_3	0.930	0.095	0.624	1.000	0
◆ 효율성지표(Ⅱ) 〈表 4〉					
I_0	0.904	0.135	0.493	1.000	2
I_1	0.922	0.128	0.493	1.000	8
I_2	0.908	0.131	0.493	1.000	2
I_3	0.927	0.123	0.493	1.000	9
O_0	0.906	0.134	0.493	1.000	0
O_1	0.961	0.079	0.624	1.000	3
O_2	0.906	0.134	0.493	1.000	0
O_3	0.961	0.079	0.624	1.000	3
◆ 효율성지표(Ⅲ) 〈表 5〉					
I_0	0.845	0.164	0.382	1.000	0
I_1	0.857	0.162	0.402	1.000	6
I_2	0.850	0.159	0.382	1.000	0
I_3	0.868	0.154	0.402	1.000	11
O_0	0.845	0.164	0.382	1.000	0
O_1	0.931	0.094	0.624	1.000	0
O_2	0.845	0.164	0.382	1.000	0
O_3	0.931	0.094	0.624	1.000	0

〈表 9〉의 繼續

	표본평균	표본표준오차	최저치	최고치	계산되지 않은 경우의 수
◆ 효율성지표(IV) 〈表 6〉					
I_0	0.915	0.129	0.493	1.000	1
I_1	0.939	0.118	0.493	1.000	5
I_2	0.919	0.124	0.493	1.000	1
I_3	0.943	0.113	0.493	1.000	6
O_0	0.917	0.128	0.493	1.000	0
O_1	0.968	0.074	0.624	1.000	2
O_2	0.917	0.128	0.493	1.000	0
O_3	0.968	0.074	0.624	1.000	2
◆ 효율성지표(V) 〈表 7〉					
I_0	0.842	0.165	0.382	1.000	0
I_1	0.857	0.163	0.402	1.000	5
I_2	0.848	0.161	0.382	1.000	0
I_3	0.868	0.155	0.402	1.000	10
◆ 효율성지표(VI) 〈表 8〉					
I_0	0.912	0.132	0.493	1.000	1
I_1	0.936	0.122	0.493	1.000	5
I_2	0.915	0.128	0.493	1.000	1
I_3	0.940	0.116	0.493	1.000	6

〈表 10〉 가장 效率的인 都市群

[총 40개 효율성지표 값이 모두 1로 계측된 경우 : 무순위 나열]

성남, 광명, 안산, 고양, 과천, 오산, 시흥, 군포, 원주, 동해, 속초, 청주, 충주, 아산, 전주, 창원, 마산

[계측되지 못한 경우를 제외하고 계측된 효율성지표의 값이 모두 1인 경우 : 무순위 나열(괄호 안은 계측되지 못한 경우의 수)]

동두천(4), 하남(6), 공주(2), 목포(3)

〈表 11〉 가장 非效率的인 15個 都市群

[계측된 효율성지표들의 평균값을 기준으로 한 비효율적인 도시의 나열(괄호 안에는 계측된 효율성지표들의 평균값과 계측되지 못한 경우의 수를 수록)]

나주(0.478,0), 군산(0.600,3), 영주(0.658,0), 태백(0.659,0), 천안(0.667,0), 삼척(0.693,0), 서산(0.700,0), 포항(0.741,0), 김제(0.748,0), 상주(0.749,0), 평택(0.754,3), 광양(0.792,0), 문경(0.792,12), 통영(0.796,0), 순천(0.796,4)

4. 韓國 中小都市의 效率性 決定要因 分析

본 절에서는 한국 중소도시의 효율성 결정요인을 분석하기 위하여 계측된 40개의 효율성지표 중 〈表 12〉에는 〈表 4〉의 CCR-CRS에 해당하는 I_0 와 O_0 에 근거한 효율성지표를 피설명변수로 하고 상수항, 인구밀도, 시민 1인당 (공무원 인건비를 제외한) 세출결산액, 시민 1인당 공무원 수, 공무원 1인당 관할면적, 시민 40만명 이상의 시 더미, 시민 15만명 이상 40만명 미만의 시 더미를 설명변수로 하는 회귀모형과 시의 규모를 나타내는 더미를 제외시킨 회귀모형을 추정한 결과를 수록하였다.

피설명변수인 효율성지표의 평균값은 DEA기법의 성질에 따라 1보다 큰 값을 가지는 것이 원칙적으로 배제되어 있다. 따라서 통상적인 회귀모형에 의한 분석은 편의성을 가지는 결과를 낳게 되므로, 1보다 큰 값

은 1로 침삭되는 침삭토빗모형을 추정하여야 한다¹⁰⁾.

〈表 13〉에는 〈表 6〉의 CCR-CRS에 해당하는 I_0 와 O_0 에 근거한 효율성지표를 피설명변수로 하고 위에 제시된 두 가지 종류의 설명변수를 사용하는 침삭회귀모형의 결과를 수록하였다.

반면, 〈表 14〉에서는 공무원 1인당 관할면적을 조정불가능한 투입요소로 취급하는 〈表 7〉과 〈表 8〉에 수록된 투입지향적 CCR-CRS인 I_0 에 근거한 효율성지표를 피설명변수로 하는 침삭토빗회귀모형을 추정한 결과를 제시하고 있다.

먼저, 〈表 12〉~〈表 14〉에서 인구 40만명 이상의 시 더미와 인구 15만명 이상 40만명 미만의 시 더미가 모든 회귀식에서 유의성이 없는 것으로 나타나 인구를 기준으로 한 도시규모는 효율성지표에 결정적인 영향을 미치지 않는 것으로 판명되고 있다. 시민 1인당 (공무원의 인건비를 제외한) 세출결산액과 공무원 1인당 관할면적도 모든 경우에서 유의성이 없는 것으로 나타나고 있다.

시민 1인당 공무원 수는 12개의 회귀식 중 10개에서는 아주 강한 음의 유의성이 있는 것으로, 1개의 회귀식에서는 약한 음의 유의성이 있는 것으로, 나머지 1개의 회귀식에서는 유의성이 없는 것으로 나타났다. 따라서, 시민 1인당 공무원 수가 많을수록 시의 효율성지표는 낮아지는 것으로 대체적으로 결론지을 수 있겠다.

인구밀도는 12개의 회귀식 중 6개에서 유의성이 있는 양의 반응을, 2개의 경우에는 약한 양의 유의성이 있는 것으로, 나머지 4개에서는 유의성이 없는 것으로 나타났다. 즉, 인구밀도가 높은 시일수록 효율성지표는 높아지는 것으로 볼 수 있는 가능성이 있다고 하겠다.

즉, 시민 1인당 공무원 수가 작고 인구밀도가 높은 인구과밀형 도시가 생산성이 높은 것으로 나타나 시민 수, 공무원 수, 관할면적을 적합하게

10) 침삭토빗모형을 적용하지 않고 통상적인 회귀모형을 적용하여 추정해 본 결과 유의성이 있는 변수들이 완전히 다르게 나타났다. 즉, 통상적인 회귀모형을 추정하는 경우 추정량의 편의와 불일치성에 의하여 잘못된 실증결과에 이르게 된다.

결합하는 공공서비스 공급의 최소규모(threshold)가 존재할 가능성을 보여주고 있다.

〈表 12〉 效率性的 決定要因分析(I) : 침식토빗모형

종속변수	〈表 4〉의 I_0	〈表 4〉의 O_0	〈表 4〉의 I_0	〈表 4〉의 O_0
설명변수명	추정치(및 t-검정량)			
상수항	1.339(8.46)	1.360(8.64)	1.243(10.85)	1.238(10.98)
인구밀도	0.255E-04(1.09)	0.208E-04(0.99)	0.241E-04(1.08)	0.203E-04(1.00)
1인당 세출결산	0.107(0.30)	0.697E-01(0.20)	0.258(0.82)	0.268(0.85)
1인당 공무원수	-48.839(-2.69)	-48.861(-2.70)	-48.816(-2.69)	-49.444(-2.72)
공무원 1인당 면적	-0.332E-01(-0.21)	0.593E-02(0.04)	-0.842(-0.55)	-0.581E-01(-0.39)
시민 40만명 이상	-0.130E-01(-0.13)	0.974E-02(0.10)		
시민 15~40만명	-0.636E-01(-0.87)	-0.862E-01(-1.19)		
σ	0.180(7.18)	0.181(7.28)	0.182(7.19)	0.182(7.29)
관측치의 개수	65	67	65	67
로그 우도함수 값	-8.886	-9.718	-9.296	-10.441

〈表 13〉 效率性的 決定要因分析(II) : 침식토빗모형

종속변수	〈表 6〉의 I_0	〈表 6〉의 O_0	〈表 6〉의 I_0	〈表 6〉의 O_0
설명변수명	추정치(및 t-검정량)			
상수항	1.257(7.59)	1.250(7.58)	1.160(9.20)	1.156(9.19)
인구밀도	0.653E-04(1.56)	0.693E-04(1.68)	0.689E-04(1.61)	0.719E-04(1.70)
1인당 세출결산	0.204(0.58)	0.209(0.59)	0.359(1.13)	0.360(1.13)
1인당 공무원수	-48.713(-2.70)	-48.688(-2.69)	-49.237(-2.72)	-49.156(-2.71)
공무원 1인당 면적	0.137E-01(0.08)	0.169E-01(0.10)	-0.350E01(-0.22)	-0.316E-01(-0.20)
시민 40만명 이상	0.351E-01(0.31)	0.316E-01(0.28)		
시민 15~40만명	-0.698E-01(-0.99)	-0.680E-01(-0.97)		
σ	0.173(7.11)	0.173(7.11)	0.174(7.13)	0.174(7.13)
관측치의 개수	66	67	66	67
로그 우도함수 값	-6.319	-6.400	-6.838	-6.891

〈表 14〉 效率性的 決定要因分析(Ⅲ) : 침삭토빗모형

종속변수	〈表 7〉의 I_0	〈表 8〉의 I_0	〈表 7〉의 I_0	〈表 8〉의 I_0
설명변수명	추정치(및 t-검정량)			
상수항	0.966(6.29)	1.236(7.42)	0.948(8.03)	1.159(9.12)
인구밀도	0.966E-04(2.34)	0.723E-04(1.72)	0.103E-03(2.44)	0.748E-04(1.74)
1인당 세출결산	0.913E-01(0.92)	0.191(0.54)	0.149(0.50)	0.317(0.99)
1인당 공무원수	-24.791(-1.49)	-47.784(-2.62)	-26.922(-1.62)	-48.250(-2.65)
공무원 1인당 면적	-0.524E-01(-0.32)	0.163E-01(0.10)	-0.704E01(-0.45)	-0.263E-01(-0.16)
시민 40만명 이상	0.913E-01(0.92)	0.350E-01(0.31)		
시민 15~40만명	-0.313E-01(-0.48)	-0.580E-01(-0.81)		
σ	0.175(8.48)	0.175(7.12)	0.176(8.48)	0.176(7.14)
관측치의 개수	67	66	67	66
로그 우도함수 값	-0.352	-6.292	-0.858	-6.649

Ⅶ. 結 論

本 研究에서는 公共部門의 效率性 측정에 유용한 DEA기법을 요약·정리하여 제시하였고, GAUSS프로그래밍 언어로 DEA분석 프로그램을 완성하여 부록에 수록하였다.

實證分析에서는 『韓國都市年鑑 1996』에 수록된 73개 도시 중에서 特別市와 廣域市를 제외한 67개 도시의 효율성지표를 여러 형태의 DEA기법을 이용하여 상대적인 의미의 기술적 효율성을 측정하였다. 성남, 광명, 안산, 고양, 과천, 오산, 시흥, 군포, 원주, 동해, 속초, 청주, 충주, 아산, 전주, 창원, 마산, 동두천, 하남, 공주, 목포가 계측된 모든 경우에서 효율성지표의 값이 1로 나타남으로써 가장 효율적인 도시로 판단되었다. 반면 나주(0.478), 군산(0.600), 영주(0.658), 태백(0.659), 천안(0.667), 삼척(0.693), 서산(0.700), 포항(0.741), 김제(0.748), 상주(0.749), 평택(0.754), 광양(0.792), 문경(0.792), 통영(0.796), 순천(0.796)의 순서로 효율성지표의 표본평균값이 낮게 계측되어 가장 비효율적인 15개 도시군으로 판명되었다.

나아가서 계측된 효율성지표를 피설명변수로 하는 침삭토빗회귀모형(censored Tobit regression model)을 사용하여 韓國 中小都市의 효율성 결정요인을 분석하였다. 설명변수에 포함된 인구밀도, 시민 1인당(공무원 인건비를 제외한) 세출결산액, 시민 1인당 공무원 수, 공무원 1인당 관할면적, 인구를 기준으로 한 도시규모 더미(시민 40만명 이상의 시 더미, 시민 15만명 이상 40만명 미만의 시 더미) 중 시민 1인당 공무원 수는 많은 경우에 있어 유의성 있는 음(-)의 영향을 미치는 반면 인구밀도는 50% 정도의 경우에서 유의성 있는 양(+)의 영향을 미치는 것으로 나타났다. 즉, 시민 1인당 公務員 數가 작고 인구밀도가 높은 인

구과밀형 도시가 生産性이 높은 것으로 나타나 市民數, 公務員數, 管轄面積을 적합하게 결합하는 공공서비스 공급의 최소규모(threshold)가 존재할 가능성을 보여주고 있다.

參 考 文 獻

- 곽영진, 「DEA를 이용한 病院의 效率性 評價에 관한 研究」, 忠南大學校 博士學位論文, 1993.
- 內務部, 『韓國都市年鑑 1996』, 1996a.
- 內務部 地方財政經濟局, 『地方財政年鑑 1996』, 1996b.
- 매일경제신문사, 『부즈·앨런&해밀턴 韓國報告書』, 1997.
- 박종원, 「Data Envelopment Analysis를 이용한 보건소 運營의 效率性 評價」, 서울大學校 碩士學位論文, 1993.
- 손승태, 『國內銀行의 經營效率性 比較分析』, 韓國開發研究院, 1993.
- 손희준, 『公共서비스의 公·私間 費用分析』, 韓國地方財政研究院, 1994.
- 오동일, 「사업부 조직의 성과평가를 위한 DEA모형의 적용가능성에 대한 연구: 證券會社 支店の 成果評價를 中心으로」, 서울大學校 博士學位論文, 1991.
- 윤경준, 「地方政府 서비스의 상대적 效率性 測定에 관한 研究」, 延世大學校 博士學位論文, 1995.
- , 「DEA를 통한 보건소의 效率性 測定」, 『韓國政策學會報』, 第5卷 第1號, 1996, pp. 80~109.
- 윤경준·원구환, 「地方財政 直營企業의 상대적 效率性 評價—都市 上水道事業에 대한 Data Envelopment Analysis」, 『韓國行政研究』, 1996, pp. 119~139.
- 이혁주, 「地方自治時代に 있어 內務部 정원관리방식의 대안탐색」, 『韓國行政學報』, 第31卷 第3號, 1997, pp. 89~105.
- 이혁주·박희봉, 「都市行政서비스의 생산특성과 비효율 분석」, 『韓國行政學報』, 第30卷 第4號, 1996, pp. 121~137.

- 財政經濟院 外, 「競爭力 10% 이상 높이기 推進 方案」, 經濟政策 解說資料, 1996.
- 韓國租稅研究院, 『國家競爭力 強化를 위한 公共部門의 生産性 提高』, 韓國租稅研究院 開院 4周年 記念 심포지엄(資料 96-08), 1996.
- Afriat, S.N., "Efficiency estimation of production functions," *International Economic Review* 13, 1972, pp. 568~598.
- Aigner, D. and S. Chu, "On estimating the industry production function," *American Economic Review* 58, 1968, pp. 826~839.
- Aigner, D., C. Lovell and P. Schmidt, "Formulation and estimation of stochastic frontier production functions," *Journal of Econometrics* 5, 1977, pp. 21~38.
- Aschauer, D., "Is public expenditure productive?," *Journal of Monetary Economics* 23, pp. 177~200.
- Banker, R., "Estimating the most productive scale size using data envelopment analysis," *European Journal of Operational Research* 17, 1984, pp. 35~44.
- Banker, R. and A. Maindiratta, "Nonparametric analysis of technical and allocative efficiencies in production," *Econometrica* 56, 1988, pp. 1315~1332.
- Bauer, P., "Recent developments in the econometric estimation of frontiers," *Journal of Econometrics* 46, 1990, pp. 39~56.
- Berger, A. and D. Humphrey, "The dominance of inefficiencies over scale and product mix economies in banking," *Journal of Monetary Economics* 28, 1991, pp. 117~148.
- Bjurek, H., L. Hjalmarsson and F. Forsund, "Deterministic parametric and non-parametric estimation of efficiency

- in service production: A comparison," *Journal of Econometrics* 46, 1990, pp. 213~228.
- Bovaird, T., "Recent developments in output measurement in local government," *Local Government Studies*, September/October 1981, pp. 35~53.
- Bowlin, W., "Evaluating performance in governmental organizations," *The Government Accountants' Journal* 35, 1986, pp. 50~57.
- Callen, Jeffrey L. and Haim Falk, "Agency and efficiency in nonprofit organizations: The case of specific health focus charities," *Accounting Review* 68(1), 1993, pp. 48~65.
- Charnes, A. and W. Cooper, "Programming with linear fractional functionals," *Naval Research Logistics Quarterly* 9, 1962, pp. 181~185.
- , "An explicit general solution in linear fractional programming," *Naval Research Logistics Quarterly* 20, 1973.
- , "The non-Archimedean CCR ratio for efficiency analysis: A rejoinder to Boyd and Fare," *European Journal of Operational Research* 15, 1984, pp. 333~334.
- Charnes, A., W. Cooper, B. Golany, L. Seiford and L. Stutz, "Foundations of data envelopment analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions," *Journal of Econometrics* 30, 1985, pp. 91~107.
- Charnes, A., W.W. Cooper and E. Rhodes, "Measuring the efficiency of decision making units," *European Journal of Operational Research* 2, 1978, pp. 429~444.
- , "Measuring the efficiency of decision making units," *European Journal of Operational Research* 3, 1979, p. 339.

- _____, "Evaluating program and managerial efficiency: An application of data envelopment analysis to program follow through," *Management Science* 27, 1981, pp. 668~697.
- Fare, R., S. Grosskopf and J. Logan, "The relative performance of publicly-owned and privately-owned electric utilities," *Journal of Public Economics* 26, 1985, pp. 89~106.
- Fare, R., S. Grosskopf and C. Lovell, *The Measurement of Efficiency of Production*, Boston: Kluwer-Nijhoff Publishing, 1985.
- _____, "An indirect approach to the evaluation of producer performance," *Journal of Public Economics* 37, 1988, pp. 71~89.
- Farrell, M., "The measurement of productive efficiency," *Journal of the Royal Statistical Society* 120A, 1957, pp. 252~267.
- Ferrier, G. and C. Lovell, "Measuring cost efficiency in banking: Econometric and linear programming evidence," *Journal of Econometrics* 46, 1990, pp. 229~245.
- Fisk, D., "Public sector productivity and relative efficiency: The state of the art in the United States," in R. Haveman(ed.), *Public Finance and the Quest for Efficiency*(Proceedings of the 38th Congress of the International Institute of Public Finance), Detroit: Wayne State University Press, 1984.
- Ganley, J. A. and J.S. Cubbin, *Public Sector Efficiency Measurement: Applications of Data Envelopment Analysis*,

- Holland: North-Amsterdam, 1992.
- Hanusch, H., "Determinants of public productivity," in R. Haveman(ed.), *Public Finance and Public Employment*(Proceedings of the 36th Congress of the International Institute of Public Finance), Detroit: Wayne State University Press: 1982.
- Hanushek, E., "The economics of schooling: Production and efficiency in public schools," *Journal of Econometrics* 19, 1986, pp. 319~331.
- Jondrow, J., C. Lovell, I. Materov and P. Schmidt, "On the estimation of technical inefficiency in the stochastic frontier production function model," *Journal of Econometrics* 19, 1982, pp. 233~238.
- Kao, Chiang, "Efficiency improvement in data envelopment analysis," *European Journal of Operational Analysis* 73, 1994, pp. 487~494.
- Kooreman, Peter, "Data envelopment analysis and parametric frontier estimation: Complementary tools," *Journal of Health Economics* 13, 1994a, pp. 345~346.
- , "Nursing home care in the Netherlands: A nonparametric efficiency analysis," *Journal of Health Economics* 13, 1994b, pp. 301~316.
- Maindiratta, A., "Largest size-efficient scale and size efficiencies of decision-making units in data envelopment analysis," *Journal of Econometrics* 46, 1990, pp. 57~72.
- Mensah, Yaw M. and Shu-Hsing Li, "Measuring production efficiency in a not-for-profit setting: An extension," *The Accounting Review* 68, 1993, pp. 66~92.

- Newhouse, Joseph P., "Frontier estimation: How useful a tool for health economics?," *Journal of Health Economics* 13, 1994, pp. 317~322.
- Russell, R., "Continuity measures of technical efficiency," Working Papers in Economics #90-6, Graduate School of Management, University of California-Riverside, 1989.
- Seiford, L. and R. Thrall, "Recent developments in DEA: The mathematical approach to frontier analysis," *Journal of Econometrics* 46, 1990, pp. 7~38.
- Sengupta, J., "Transformations in stochastic DEA models," *Journal of Econometrics* 46, 1990, pp. 109~124.
- Sueyoshi, Toshiyuki, "Stochastic frontier production analysis: Measuring performance of public telecommunications in 24 OECD countries," *European Journal of Operational Research* 74, 1994, pp. 466~478.

附錄 : DEA 分析을 위한 GAUSS 프로그램

1. GAUSS 프로그램

가. 기본 프로그램 구조

- qprog.lcg : GAUSS library file
- qprog.ext
- qprog.dec
- qprog.src : GAUSS procedure file
- dea.lcg : GAUSS library file
- dea.ext
- dea.dec
- dea.src : GAUSS procedure file

나. 추가 프로그램 구조 : nondiscretionary inputs와 nondiscretionary outputs를 첨가적으로 고려함.

- nd-dea.lcg : GAUSS library file
- nd-dea.src : GAUSS procedure file

다. 프로그램에 포함된 DEA모형들¹¹⁾

- Model I_0 : input-oriented CCR (CRS technology)
- Model O_0 : output-oriented CCR (CRS technology)
- Model I_3 : input-oriented BCC (VRS technology)
- Model O_3 : output-oriented BCC (VRS technology)

- Model I_1 : input-oriented hybrid model with NIRS technology
Model O_1 : output-oriented hybrid model with NIRS technology
- Model I_2 : input-oriented hybrid model with NDRS technology
Model O_2 : output-oriented hybrid model with NDRS technology
- 프로그램에서 기술적 효율성을 계산하는 특정 점의 좌표를 (X_0, Y_0) 로 표기하고, 모든 자료를 (X, Y) 로 표기할 때, the projection point of (X_0, Y_0) on the input-oriented DEA frontier는 $(\theta X_0, Y\lambda)$ 가 된다. (input excesses와 output slacks도 고려된 후) 특정 점에서의 기술적 효율성의 측도는 θ 가 된다.
- 기술적 효율성을 계산하는 특정 점의 좌표를 (X_0, Y_0) 로 표기하고, 모든 자료를 (X, Y) 로 표기할 때, the projection point of (X_0, Y_0) on the output-oriented DEA frontier는 $(X\lambda, \phi Y_0)$ 가 된다. (input excesses와 output slacks도 고려된 후) 특정 점에서의 기술적 효율성의 측도는 $\frac{1}{\phi}$ 이 된다.

라. qprog.lcg

```
d:\dea\prog2\qprog.dec
    _qprog_maxit           : matrix
d:\dea\prog2\qprog.src
    Qprog                 : proc
```

마. qprog.ext

```
external matrix _qprog_maxit;
```

11) Seiford and Thrall(1990)의 표기를 따라서 모형을 정의하였고, 프로그램에 기재된 표현도 이에 준하고 있다.

ㄷ. qprog.dec

```
declare matrix -qprog-maxit = 1000; /*maximum number of iterations */
```

ㄸ. qprog.src

```
/*
** > QProg - Quadratic Programming
**
** (C) Copyright 1996 Aptech Systems, Inc.
** All Rights Reserved.
**
** This Software Product is PROPRIETARY SOURCE CODE OF
** APTECH
** SYSTEMS, INC. This File Header must accompany all files using
** any portion, in whole or in part, of this Source Code. In
** addition, the right to create such files is strictly limited by
** Section 2.A. of the GAUSS Applications License Agreement
** accompanying this Software Product.
**
** If you wish to distribute any portion of the proprietary Source
** Code, in whole or in part, you must first obtain written
** permission from Aptech Systems.
* /

/*
** > QProg
**
** Purpose: solves the quadratic programming problem
```

```

**
** Format:
**      { x,u1,u2,u3,u4,ret } = QProg( start,q,r,a,b,c,d,bnds );
**
**
** Input: start Kx1 vector, starting values
**
**      q  KxK matrix, model coefficient matrix
**
**      r  Kx1 vector, model constant vector
**
**      a  MxK matrix, equality constraint coefficient matrix
**          if no equality constraints in model, set to zero
**
**      b  Mx1 vector, equality constraint constant vector
**          if set to zero and  $M > 1$ , b is set to Mx1 vector
**          of zeros
**
**      c  NxK matrix, inequality constraint coefficient matrix
**          if no inequality constraints in model, set to zero
**
**      d  Nx1 vector, inequality constraint constant vector
**          if set to zero and  $N > 1$ , d is set to Mx1 vector
**          of zeros
**
**      bnds Kx2 vector, bounds on x, the first column contains
**           the lower bounds on x, and the second column the
**           upper bounds, if zero bounds for all elements of x
**           are set to the plus and minus-qpbgnum
**

```

```

** Output:  x  Kx1 vector, coefficients at the minimum of the func-
tion
**
**          u1  Mx1 vector, Lagrangian coefficients of equality con-
straints
**
**          u2  Nx1 vector, Lagrangian coefficients of inequality co-
nstraints
**
**          u3  Kx1 vector, Lagrangian coefficients of lower bounds
**
**          u4  Kx1 vector, Lagrangian coefficients of upper bounds
**
**          ret  return code: 0, successful termination
**
**                      1, max iterations exceeded
**                      2, machine accuracy is insufficient to
**                        maintain decreasing function values
**                      3, model matrices not conformable
**                      <0, active constraints inconsistent
**
** Globals: -qprog-maxit-scalar, maximum number of iterations,
**          default = 1000
**
** Remarks: QProg solves the standard quadratic programming prob-
lem:
**
**          minimize  $0.5 * x' Qx - x' R$ 
**
**          subject to constraints,
**

```

```

**          Ax = B
**          Cx >= D
**
**          and bounds,
**
**          bnds[:,1] <= x <= bnds[:,2]
**
* /

```

```
proc(6) = QProg(x,q,r,a,b,c,d,bnds);
```

```
local m, n, ret, u, w, lw, iact, c1, maxit, numeq,
      isa, isc, eps, xl, xu, lql;
```

```
if rows(bnds) == 1 and cols(bnds) == 1:
```

```
    xl = -1e200*ones(rows(x),1);
```

```
    xu = 1e200*ones(rows(x),1);
```

```
elseif rows(bnds) == 1 and cols(bnds) == 2:
```

```
    xl = bnds[1,1]*ones(rows(x),1);
```

```
    xu = bnds[1,2]*ones(rows(x),1);
```

```
else:
```

```
    if rows(bnds) /= rows(R):
```

```
        errorlog "QProg: bounds not conformable";
```

```
        retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
```

```
    endif;
```

```
    xl = bnds[:,1];
```

```
    xu = bnds[:,2];
```

```
    endif;
```

```
isa = rows(a) /= 1 or cols(a) /= 1 or a /= 0;
```

```

isc = rows(c) /= 1 or cols(c) /= 1 or c /= 0;
if isa and isc;
    numeq = rows(a);
    if cols(c) /= cols(a);
        if not trapchk(1);
            errorlog "QProg: constraints not conformable";
        end;
    endif;
    retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
else;
    a = a|c;
endif;
if rows(c) /= rows(d);
    if rows(b) == 1 and cols(b) == 1 and b == 0;
        b = b | zeros(rows(c),1);
    else;
        if not trapchk(1);
            errorlog "QProg: equality constraint matrices not"\
                "consistent";
        end;
    endif;
    retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
endif;
else;
    b = b | d;
    d = 0;
endif;
elseif isa and not isc;
    numeq = rows(a);
    if rows(a) /= rows(b);

```

```

if rows(b) == 1 and cols(b) == 1 and b == 0;
    b = zeros(rows(a),1);
else;
    if not trapchk(1);
        errorlog "QProg: equality constraint matrices not"\
            "consistent";
    end;
endif;
retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
endif;
endif;
elseif isc and not isa;
    numeq = 0;
    a = c;
    if rows(c) /= rows(d);
        if rows(b) == 1 and cols(b) == 1 and b == 0;
            b = zeros(rows(c),1);
        else;
            if not trapchk(1);
                errorlog "QProg: equality constraint matrices not"\
                    "consistent";
            end;
        endif;
        retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
    endif;
else;
    b = d;
endif;
else;
    numeq = 1;

```

```

    a = zeros(1,rows(x));
endif;
c = 0;
d = 0;

if rows(q) /= cols(q);
    if not trapchk(1);
        errorlog "QProg: model matrix not square";
        end;
    endif;
    retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
endif;
if rows(q) /= rows(r);
    if not trapchk(1);
        errorlog "QProg: model matrices not consistent";
        end;
    endif;
    retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
endif;
if rows(x) /= rows(q);
    if not trapchk(1);
        errorlog "QProg: starting vector not conformable to model matrix";
        end;
    endif;
    retp(error(0),error(0),error(0),error(0),error(0),3);
endif;

maxit = -qprog-maxit;

{ b,xl,xu,x,ret } =

```

```
-intqpsolvfcn01(q,r,a,b,xl,xu,x,numeq,maxit,1);
```

```
local u1, u2;
if isa and not isc;
    u1 = b;
    u2 = 0;
elseif not isa and isc;
    u1 = 0;
    u2 = b;
elseif not isa and not isc;
    u1 = 0;
    u2 = 0;
else;
    u1 = b[1:numeq];
    u2 = b[numeq+1:rows(b)];
endif;

retp(x,u1,u2,xl,xu,ret);

endp;
```

04. dea.lcg

```
d:\dea\prog2\dea.dec
```

```
-dea : matrix
```

```
d:\dea\prog2\dea.src
```

```
linearp-rogramming : proc
```

```
input-oriented : proc
```

```
-input-oriented : proc
```



```

**                               Linear Programming                               21
**
** {theta,lambda} = Input-Oriented(X,Y,i);
**                               Envelopment problem: Input-oriented  70
**
** {phi,lambda} = Output-Oriented(X,Y,i);
**                               Envelopment problem: Output-oriented 218
**
* /

/*
** Linear-Programming
**
** Purpose: Solves the linear programming problem
**
** Format: z = Linear-programming(c,A,B,sv);
**
** Input:  c - N*1 vector, coefficients of the linear function
**         A - M*N matrix, the A matrix
**         B - M*1 matrix, the B matrix
**         sv - N*1 vector, starting values
**
** Output: z - N*1 vector, the solution
**
** Remark: Linear-Programming solves the standard linear programming
problem:
**
**         maximize c'z
**
**         subject to constraints

```

```

**
**          Az <= B
**
**      with
**
**          z[i] >= 0, for i = 1,...,N
**
*/

proc (1) = Linear-Programming(c, A, B, sv);
    local N, Q, bnds;
    local z, u1, u2, u3, u4, retcode;

    N = rows(sv);
    Q = zeros(N, N);

    bnds = {0 1e200};
    {z, u1, u2, u3, u4, retcode} = Qprog(sv, Q, c, 0, 0, -A, -B, bnds);
    if retcode /= 0:
        retp(miss(zeros(N, 1), 0));
    endif;

    retp(z);
endp;

/*
** Input-Oriented
**
** Purpose: Solves the input-oriented envelopment problem
**

```

```

** Format: {theta,lambda} = Input-Oriented(X,Y,i);

**
** Input: X - m*n matrix, input
**        Y - s*n matrix, output
**        i - scalar, decision market unit (DMU)
**        if i is equal to 0, then all the DMUs are considered
**
** Output: theta - scalar, value of theta
**          i = 0 ---> n*1 vector
**          lambda - n*1 vector, values of lambda
**          i = 0 ---> n*n matrix
**
** Globals: -dea-scalar 0 (default), problem PI-0
**           1, problem PI-1
**           2, problem PI-2
**           3, problem PI-3
**
** Remark: Input-oriented solves the following envelopment problem:
**
**        minimize theta
**
**        subject to constraints
**
**                Y*lambda >= Yo
**        theta*Xo - X*lambda >= 0
**
**        with
**
**                lambda[i] >= 0, for i = 1,...,n
**                0 <= theta <= 1

```

```

**
** -dea = 0 ---> nothing
** -dea = 1 ---> 1'lambd <= 1
** -dea = 2 ---> 1'lambd >= 1
** -dea = 3 ---> 1'lambd = 1
**
**
** References:
**   Seiford, L.M. and R.M. Thrall [1990], Recent Developments in
DEA,
**   The mathematical Programming Approach to Frontier Analysis,
**   Journal of Econometrics, 46, 7-38
**
**
*/

proc (2) = Input-Oriented(X,Y,i);
  local theta,lambd,n,j,theta-j,lambd-j;

  theta = {};
  lambd = {};

  if i == 0;

  n = cols(Y); /* n DMUs */
  j = 1;
  do until j > n;

    {theta-j,lambd-j} = -Input-Oriented(X,Y,j);
    theta = theta|theta-j;

```

```

    lambda = lambda ~ lambda - j;

    j = j + 1;
    endo;

else;

    {theta - j, lambda - j} = -Input-Oriented(X, Y, i);
    theta = theta | theta - j;
    lambda = lambda ~ lambda - j;

endif;

retp(theta, lambda);
endp;

proc (2) = -Input-Oriented(X, Y, i);
    local m, n, s;
    local c, Xo, Yo;
    local A11, A12, A21, A22, A3, A4, A5, A;
    local B1, B2, B3, B4, B5, B;
    local sv, z, theta, lambda;

    n = cols(Y); /* n DMUs */
    m = rows(X); /* m inputs */
    s = rows(Y); /* s outputs */

    c = -1 | zeros(n, 1);

    Xo = X[., i];

```

```
Yo = Y[:,i];
A11 = zeros(s,1);
A12 = -Y;
A21 = -Xo;
A22 = X;
A3 = 1~zeros(1,n);

A = (A11~A12)|(A21~A22)|A3;

B1 = -Yo;
B2 = zeros(m,1);
B3 = 1;

B = B1|B2|B3;

if -dea == 1;

    A4 = 0~ones(1,n);
    B4 = 1;
    A = A|A4;
    B = B|B4;

elseif -dea == 2;

    A4 = 0~-ones(1,n);
    B4 = -1;
    A = A|A4;
    B = B|B4;

elseif -dea == 3;
```

```

A4 = 0~ones(1,n);
B4 = 1;
A5 = -A4;
B5 = -B4;
A = A|A4|A5;
B = B|B4|B5;

endif;

sv = zeros(n+1,1); sv[1] = 1; sv[i+1] = 1;

z = Linear-Programming(c,A,B,sv);

z = dotfne(z,0).*z;

theta = z[1];
lambda = trimr(z,1,0);

retp(theta,lambda);
endp;

/*
** Output-Oriented
**
** Purpose: Solves the output-oriented envelopment problem
**
** Format: {phi,lambda} = Output-Oriented(X,Y,i);
**
** Input: X - m*n matrix, input
**        Y - s*n matrix, output

```

```

**          i - scalar, decision market unit (DMU)
**          if i is equal to 0, then all the DMUs are considered
**
** Output:   phi - scalar, value of phi
**           i = 0 ---> n*1 vector
**          lambda - n*1 vector, values of lambda
**           i = 0 ---> n*n matrix
**
** Globals: -dea-scalar 0 (default), problem PO-0
**           1, problem PO-1
**           2, problem PO-2
**           3, problem PO-3
**
** Remark: Output-oriented solves the following envelopment problem:
**
**          maximize phi
**
**          subject to constraints
**
**                   X*lambda <= Xo
**                   phi*Yo - Y*lambda <= 0
**
**          with
**
**                   lambda[i] >= 0, for i = 1,...,n
**                   phi >= 1
**
**          -dea = 0 ---> nothing
**          -dea = 1 ---> 1*lambda <= 1
**          -dea = 2 ---> 1*lambda >= 1

```

```
**          -dea = 3 --> 1'lambda = 1
```

```
**
```

```
**
```

```
** References:
```

```
**   Seiford, L.M. and R.M. Thrall [1990], Recent Developments in  
DEA,
```

```
**   The mathematical Programming Approach to Frontier Analysis,
```

```
**   Journal of Econometrics, 46, 7-38
```

```
**
```

```
**
```

```
*/
```

```
proc (2) = Output-Oriented(X,Y,i);
```

```
    local phi,lambda,n,j,phi-j,lambda-j;
```

```
    phi = {};
```

```
    lambda = {};
```

```
    if i == 0;
```

```
        n = cols(Y); /* n DMUs */
```

```
        j = 1;
```

```
        do until j > n;
```

```
            {phi-j,lambda-j} = -Output-Oriented(X,Y,j);
```

```
            phi = phi||phi-j;
```

```
            lambda = lambda~lambda-j;
```

```
            j = j + 1;
```

```

    endo;

else;

    {phi-j,lambda-j} = -Output-Oriented(X,Y,i);
    phi = phi | phi-j;
    lambda = lambda ~ lambda-j;

endif;
retp(phi,lambda);
endp;

proc (2) = -Output-Oriented(X,Y,i):
    local m,n,s;
    local c,Xo,Yo;
    local A11,A12,A21,A22,A3,A4,A5,A;
    local B1,B2,B3,B4,B5,B;
    local sv,z,phi,lambda;

    n = cols(Y); /* n DMUs */
    m = rows(X); /* m inputs */
    s = rows(Y); /* s outputs */

    c = 1 | zeros(n,1);

    Xo = X[:,i];
    Yo = Y[:,i];

    A11 = zeros(m,1);
    A12 = X;

```

```
A21 = Yo;
```

```
A22 = -Y;
```

```
A3 = -1~zeros(1,n);
```

```
A = (A11~A12)|(A21~A22)|A3;
```

```
B1 = Xo;
```

```
B2 = zeros(s,1);
```

```
B3 = -1;
```

```
B = B1|B2|B3;
```

```
if -dea == 1;
```

```
    A4 = 0~ones(1,n);
```

```
    B4 = 1;
```

```
    A = A|A4;
```

```
    B = B|B4;
```

```
elseif -dea == 2;
```

```
    A4 = 0~-ones(1,n);
```

```
    B4 = -1;
```

```
    A = A|A4;
```

```
    B = B|B4;
```

```
elseif -dea == 3;
```

```
    A4 = 0~ones(1,n);
```

```
    B4 = 1;
```

```

A5 = -A4;
B5 = -B4;
A = A|A4|A5;
B = B|B4|B5;

endif;

sv = zeros(n+1,1); sv[1] = 1; sv[i+1] = 1;

z = Linear-Programming(c,A,B,sv);

z = dotfne(z,0).*z;

phi = z[1];
lambda = trimr(z,1,0);

retp(phi,lambda);
endp;

```

E}. nd-dea.lcg

```

d:\dea\prog2\nd-dea.src
ndinput-oriented          : proc
-ndinput-oriented        : proc
ndoutput-oriented         : proc
-ndoutput-oriented       : proc

```

II}. nd-dea.src

```
/*
```

** ND-DEA,src-Data Envelopment Analysis either with nondiscretionary inputs

** or with nondiscretionary outputs

**

** Format Purpose Line

**

=====
=====

**

** {theta,lambda} = NDInput-Oriented(X,Y,i,nd-idx);

** Envelopment problem with nondiscretionary inputs:

Input-oriented 70

**

** {phi,lambda} = NDOutput-Oriented(X,Y,i,nd-idx);

** Envelopment problem with nondiscretionary outputs:

Output-oriented 218

**

*/

/*

** NDInput-Oriented

**

** Purpose: Solves the input-oriented envelopment problem

** with nondiscretionary inputs

**

** Format: {theta,lambda} = NDInput-Oriented(X,Y,i,nd-idx);

**

** Input: X - m*n matrix, input

** Y - s*n matrix, output

** i - scalar, decision market unit (DMU)

** if i is equal to 0, then all the DMUs are considered

```

**          nd-idx - k*1, the row indices of X matrix whose correspon-
ding
**          inputs are non-discretionary
**
** Output:  theta - scalar, value of theta
**          i = 0 ---> n*1 vector
**          lambda - n*1 vector, values of lambda
**          i = 0 ---> n*n matrix
**
** Globals: -dea - scalar 0 (default), problem PI-0
** 1, problem PI-1
** 2, problem PI-2
** 3, problem PI-3
**
** Remark: NDIInput-oriented solves the following envelopment prob-
lem:
**
**          minimize theta
**
**          subject to constraints
**
**           $Y * \lambda \geq Y_0$ 
**           $\theta * X_0[\text{except rows nd-idx}] - X[\text{except rows nd-idx}] * \lambda \geq 0$ 
**           $\lambda \geq 0$ 
**           $X_0[\text{rows nd-idx}] - X[\text{rows nd-idx}] * \lambda \geq 0$ 
**
**          with
**
**           $\lambda[i] \geq 0$ , for  $i = 1, \dots, n$ 
**           $0 \leq \theta \leq 1$ 

```

**

** -dea = 0 ---> nothing

** -dea = 1 ---> $1' \lambda \leq 1$ ** -dea = 2 ---> $1' \lambda \geq 1$ ** -dea = 3 ---> $1' \lambda = 1$

**

**

** References:

** Seiford, L.M. and R.M. Thrall [1990], Recent Developments in
DEA,

** The mathematical Programming Approach to Frontier Analysis,
** Journal of Econometrics, 46, 7-38

**

** Charnes, Abraham, William W. Cooper, Arie Y. Lewin and Lawrence M. Seiford,

** Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Application,
** Kluwer Academic Press: Boston, 1994, 50-52.

**

*/

```
proc (2) = NDIInput-Oriented(X,Y,i,nd-idx);
```

```
local theta,lambda,n,j,theta-j,lambda-j;
```

```
theta = {};
```

```
lambda = {};
```

```
if i == 0;
```

```
    n = cols(Y); /* n DMUs */
```

```
    j = 1;
```

```

do until j > n;

    {theta-j,lambda-j} = -NDInput-Oriented(X,Y,j,nd-idx);
    theta = theta|theta-j;
    lambda = lambda~lambda-j;

    j = j + 1;
endo;

else;

    {theta-j,lambda-j} = -NDInput-Oriented(X,Y,i,nd-idx);
    theta = theta|theta-j;
    lambda = lambda~lambda-j;

endif;

retp(theta,lambda);

endp;

proc (2) = -NDInput-Oriented(X,Y,i,nd-idx);
    local m,n,s;
    local c,Xo,Yo;
    local A11,A12,A21,A22,A3,A4,A5,A;
    local B1,B2,B3,B4,B5,B;
    local sv,z,theta,lambda;
    local tidx,m1,m2;

    n = cols(Y); /* n DMUs */

```

```

m = rows(X); /* m inputs */
s = rows(Y); /* s outputs */

tidx=setdif(seqa(1,1,m),nd-idx,1);
m1=rows(tidx);
m2=rows(nd-idx);

c = -1|zeros(n,1);

Xo = X[:,i];
Yo = Y[:,i];

A11 = zeros(s,1);
A12 = -Y;
A21 = -Xo[tidx,]|zeros(m2,1);
A22 = X[tidx,]|X[nd-idx,];
A3 = 1~zeros(1,n);

A = (A11~A12)|(A21~A22)|A3;

B1 = -Yo;
B2 = zeros(m1,1)|Xo[nd-idx];
B3 = 1;
B = B1|B2|B3;

if -dea == 1;

A4 = 0~ones(1,n);
B4 = 1;
A = A|A4;

```

```

B = B|B4;

elseif -dea == 2;
    A4 = 0~ -ones(1,n);
    B4 = -1;
    A = A|A4;
    B = B|B4;

elseif -dea == 3;
    A4 = 0~ones(1,n);
    B4 = 1;
    A5 = -A4;
    B5 = -B4;
    A = A|A4|A5;
    B = B|B4|B5;

endif;

sv = zeros(n+1,1); sv[1] = 1; sv[i+1] = 1;

z = Linear-Programming(c,A,B,sv);

z = dotfne(z,0).*z;

theta = z[1];
lambda = trimr(z,1,0);

retp(theta,lambda);
endp;

```

```

/*
** NDOutput-Oriented
**
** Purpose: Solves the output-oriented envelopment problem
**           with nondiscretionary inputs
**
** Format: {phi,lambda} = Output-Oriented(X,Y,i,nd-idx):
**
** Input:  X - m*n matrix, input
**         Y - s*n matrix, output
**         i - scalar, decision market unit (DMU)
**         if i is equal to 0, then all the DMUs are considered
**         nd-idx-k*1, the row indices of Y matrix whose correspond-
ing
**         outputs are non-discretionary
**
** Output: phi - scalar, value of phi
**         i = 0 --> n*1 vector
**         lambda - n*1 vector, values of lambda
**         i = 0 --> n*n matrix
**
** Globals: -dea-scalar 0 (default), problem PO-0
**           1, problem PO-1
**           2, problem PO-2
**           3, problem PO-3
**
** Remark: NDOutput-oriented solves the following envelopment pro-
blem:
**
**         maximize phi

```

```

**
**      subject to constraints
**
**
**              X*lambda <= X0
**      phi*Yo[except rows nd-idx] - Y[except rows nd-idx]*
lambda <= 0
**      Yo[rows nd-idx] - Y[rows nd-idx]*lambda <= 0
**
**      with
**
**              lambda[i] >= 0, for i = 1,...,n
**              phi >= 1
**
**      -dea = 0 ---> nothing
**      -dea = 1 ---> 1*lambda <= 1
**      -dea = 2 ---> 1*lambda >= 1
**      -dea = 3 ---> 1*lambda = 1
**
**
** References:
**      Seiford, L.M. and R.M. Thrall [1990], Recent Developments in
DEA,
**      The mathematical Programming Approach to Frontier Analysis,
**      Journal of Econometrics, 46, 7-38
**
**      Charnes, Abraham, William W. Cooper, Arie Y. Lewin and
Lawrence M. Seiford,
**      Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Appli-
cation,
**      Kluwer Academic Press: Boston, 1994, 50-52.

```

```

**
**
*/

```

```

proc (2) = NDOutput-Oriented(X, Y, i, nd-idx);
  local phi, lambda, n, j, phi-j, lambda-j;

  phi = {};
  lambda = {};

  if i == 0;

    n = cols(Y); /* n DMUs */
    j = 1;
    do until j > n;

      {phi-j, lambda-j} = -NDOutput-Oriented(X, Y, j, nd-idx);
      phi = phi | phi-j;
      lambda = lambda ~ lambda-j;

      j = j + 1;
    endo;

  else;

    {phi-j, lambda-j} = -NDOutput-Oriented(X, Y, i, nd-idx);
    phi = phi | phi-j;
    lambda = lambda ~ lambda-j;

  endif;

```

```

    retp(phi,lambda);
endp;

proc (2) = -NDOOutput-Oriented(X,Y,i,nd-idx);
    local m,n,s;
    local c,Xo,Yo;
    local A11,A12,A21,A22,A3,A4,A5,A;
    local B1,B2,B3,B4,B5,B;
    local sv,z,phi,lambda;
    local tidx,s1,s2;

    n = cols(Y); /* n DMUs */
    m = rows(X); /* m inputs */
    s = rows(Y); /* s outputs */
    tidx=setdif(seqa(1,1,s),nd-idx,1);
    s1=rows(tidx);
    s2=rows(nd-idx);

    c = 1|zeros(n,1);

    Xo = X[:,i];
    Yo = Y[:,i];

    A11 = zeros(m,1);
    A12 = X;
    A21 = Yo[tidx,]|zeros(s2,1);
    A22 = -Y[tidx,]|-Y[nd-idx,];
    A3 = -1~zeros(1,n);

```

```
A = (A11~A12)|(A21~A22)|A3;
```

```
B1 = Xo;
```

```
B2 = zeros(s1,1)|-Yo[nd-idx];
```

```
B3 = -1;
```

```
B = B1|B2|B3;
```

```
if -dea == 1;
```

```
    A4 = 0~ones(1,n);
```

```
    B4 = 1;
```

```
    A = A|A4;
```

```
    B = B|B4;
```

```
elseif -dea == 2;
```

```
    A4 = 0~-ones(1,n);
```

```
    B4 = -1;
```

```
    A = A|A4;
```

```
    B = B|B4;
```

```
elseif -dea == 3;
```

```
    A4 = 0~ones(1,n);
```

```
    B4 = 1;
```

```
    A5 = -A4;
```

```
    B5 = -B4;
```

```
    A = A|A4|A5;
```

```
    B = B|B4|B5;
```

```

endif;

sv = zeros(n+1,1); sv[1] = 1; sv[i+1] = 1;

z = Linear-Programming(c,A,B,sv);

z = dotfne(z,0).*z;

phi = z[1];
lambda = trimr(z,1,0);

retp(phi,lambda);
endp;

```

2. TEST 實行

가. test.prg

```

/*
** Charnes, Abraham, William W. Cooper, Arie Y. Lewin and Lawrence M. Seiford,
** Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Application,
** Kluwer Academic Press: Boston, 1994.
**
** This example tests the numerical case in
** Charnes, Cooper, Lewin and Seiford [1994] page 25--40.
*/

new;

```

```
library d:\dea\prog2\dea, d:\dea\prog2\qprog, d:\dea\prog2\nd-dea;
```

```
let X[1,7] = 2 3 6 9 5 4 10;
```

```
let Y[1,7] = 2 5 7 8 3 1 7;
```

```
format 6,3;
```

```
output file = d:\dea\test.out reset;
```

```
print " =====",
```

```
Print "INPUT-ORIENTED";
```

```
print " =====",
```

```
i = 0;
```

```
do until i > 3;
```

```
  -dea = i;
```

```
  {theta,lambda} = Input-Oriented(x,y,0);
```

```
  print " .....",
```

```
  print ftos(i, "Model I%lf", 1, 0); print;
```

```
  print "Theta";
```

```
  print theta; print;
```

```
  print "Lambda";
```

```
  print lambda;
```

```
  i = i + 1;
```

```
endo;
```

```
print " =====",
```

```
Print "OUTPUT-ORIENTED";
```

```
print " =====",
```

```

i = 0;
do until i > 3;
  -dea = i;

  {phi,lambda} = Output-Oriented(x,y,0);

  print ".....",
  print ftos(i, "Model O%lf",1,0); print;
  print "Phi    1/Phi";
  print phi~(1./phi); print;
  print "Lambda";
  print lambda;
  i = i + 1;
endo;

```

output off;

↳. test.out

=====

INPUT-ORIENTED

=====

.....

Model I0

Theta

- 0.600
- 1.00
- 0.700
- 0.533

0.360

0.150

0.420

Lambda

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.400	1.00	1.40	1.60	0.600	0.200	1.40
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Model I1

Theta

0.600

1.00

1.00

1.00

0.360

0.150

0.600

Lambda

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.400	1.00	0.00	0.00	0.600	0.200	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00

0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Model I2

Theta

- 1.00
- 1.00
- 0.700
- 0.533
- 0.467
- 0.500
- 0.420

Lambda

1.00	0.00	0.00	0.00	0.667	1.00	0.00
0.00	1.00	1.40	1.60	0.333	0.00	1.40
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Model I3

Theta

- 1.00
- 1.00

1.00
 1.00
 0.467
 0.500
 0.600

Lambda

1.00	0.00	0.00	0.00	0.667	1.00	0.00
0.00	1.00	0.00	0.00	0.333	0.00	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	1.00
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

=====
 OUTPUT-ORIENTED
 =====

Model O0

Phi	1/Phi
1.67	0.600
1.00	1.00
1.43	0.700
1.88	0.533
2.78	0.360
6.67	0.150
2.38	0.420

Model O2

Phi	1/Phi
1.00	1.00
1.00	1.00
1.43	0.700
1.88	0.533
2.78	0.360
6.67	0.150
2.38	0.420

Lambda

1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.00	2.00	3.00	1.67	1.33	3.33
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Model O3

Phi	1/Phi
1.00	1.00
1.00	1.00
1.00	1.00
1.00	1.00
2.11	0.474
5.67	0.176
1.14	0.875

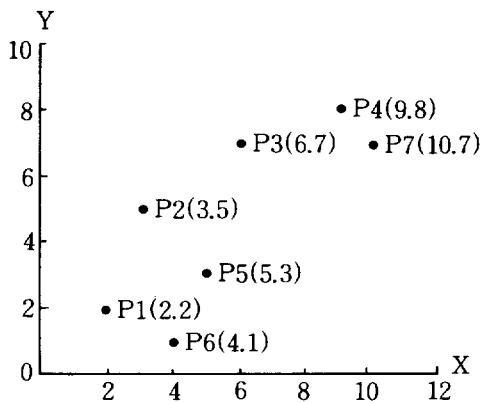
Lambda

1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	1.00	0.00	0.00	0.333	0.667	0.00
0.00	0.00	1.00	0.00	0.667	0.333	0.00
0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

다. 모형 및 test 결과의 설명

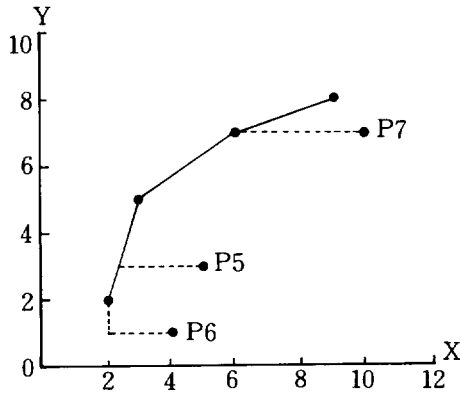
- Charnes, Abraham, William W. Cooper, Arie Y. Lewin and Lawrence M. Seiford, Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology, and Application, Kluwer Academic Press: Boston, 1994. (the numerical case in page 25--40)
- 수치자료: [Figure 2-1] of Charnes, Cooper, Lewin and Seiford (1994)

[附圖 1] 資 料



- Model I3의 결과 : input-oriented BCC model (with VRS technology)
[Figure 2-5] of Charnes, Cooper, Lewin and Seiford (1994)

[附圖 2] DEA-VRS frontier(input-oriented BCC model)



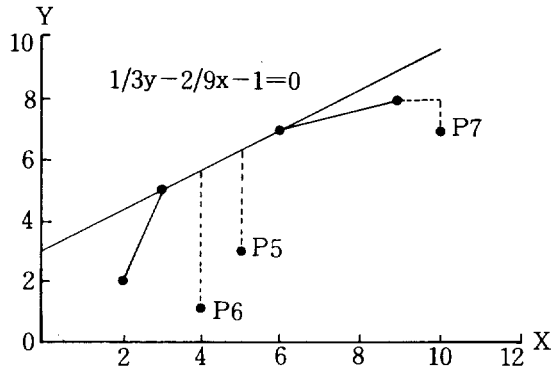
* 해에 대한 설명 :

$P_6 \equiv (X_0, Y_0) = (4, 1) \Rightarrow$ 효율성 계산의 기준점 : $(\theta X_0, Y\lambda) = (2, 2) \equiv P_1$
(output slack이 고려되어 있음)

◦ Model O3의 결과 : output-oriented BCC model(with VRS technology)

[Figure 2-6] of Charnes, Cooper, Lewin and Seiford (1994)

【附圖 3】 DEA-VRS frontier(output-oriented BCC model)

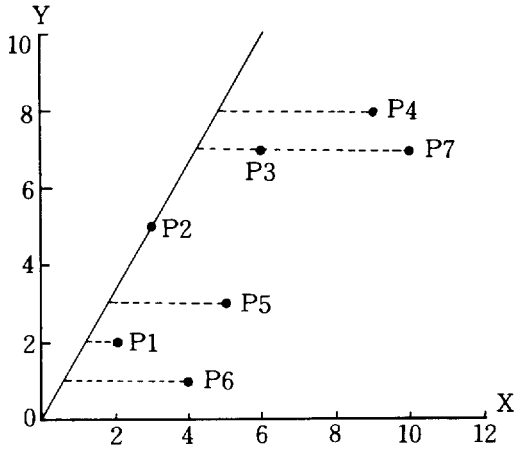


*해에 대한 설명:

$P_7 \equiv (X_0, Y_0) = (10, 7) \Rightarrow$ 효율성 계산의 기준점 : $(X\lambda, \phi Y_0) = (9, 8) \equiv P_4$
 (input excess가 고려되어 있음)

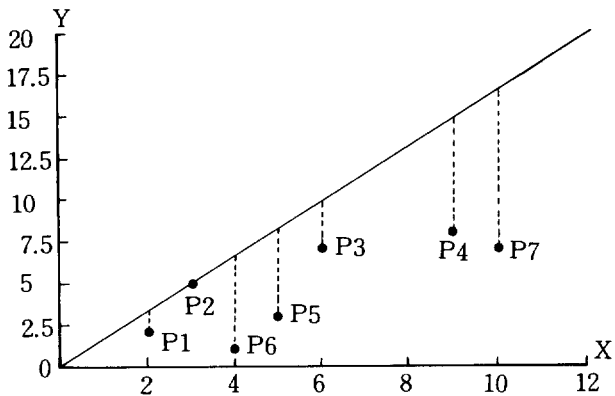
- Model I0의 결과 : input-oriented CCR model (with CRS technology)
 [Figure 2-7] of Charnes, Cooper, Lewin and Seiford (1994)

[附圖 4] DEA-CRS frontier(input-oriented CCR model)



- Model O0의 결과 : output-oriented CCR model (with CRS technology)
 [Figure 2-8] of Charnes, Cooper, Lewin and Seiford (1994)

[附圖 5] DEA-CRS frontier(output-oriented CCR model)

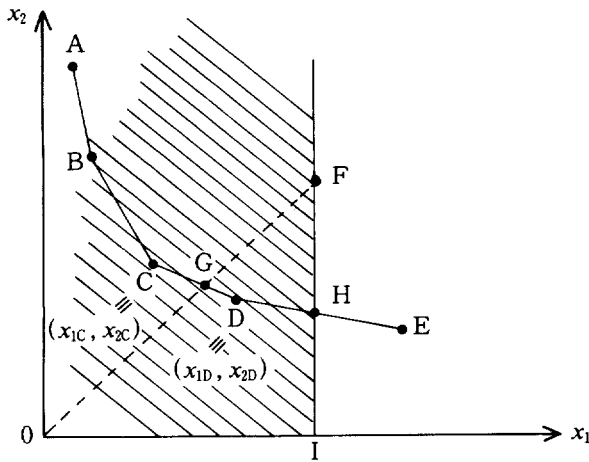


3. 自意的인 調整이 不可能한 投入 또는 產出이 있는 境遇의 DEA分析

가. 자의적인 조정이 불가능한 투입요소가 있는 경우

- 아래 그림에 나타난 input requirement set의 내부점인 F 를 중심으로 모든 투입요소가 discretionary한 경우의 기술적 효율성의 크기와 한 종류의 투입요소가 non-discretionary한 경우의 기술적 효율성의 크기를 보기로 하자.

[附圖 6] technical efficiency measurement with a non-discretionary input



- 투입요소 x_1 과 x_2 가 모두 discretionary한 통상적인 경우 점 F 의 기술적 효율성

$$\theta^* = \frac{OG}{OF}$$

$$\text{peer group} = \{ C, D \}$$

$$\lambda_c^* = \frac{GD}{CD} ; \lambda_d^* = \frac{CG}{CD}$$

- 투입요소 x_1 이 non-discretionary하고 x_2 가 discretionary한 경우 점 F 의 기술적 효율성

$$\theta_{ND} = \frac{HI}{FI}$$

peer group = { D, E }

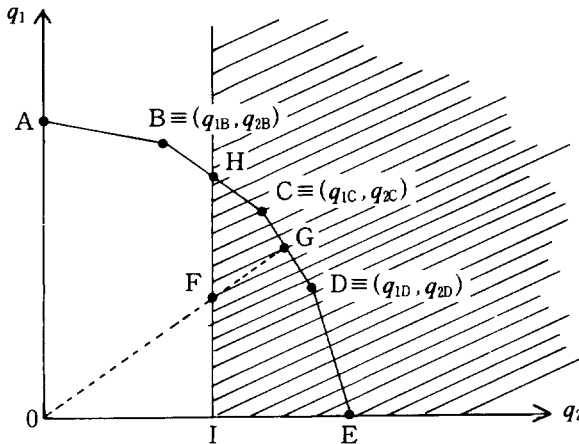
$$\lambda_C = \frac{HE}{DE} ; \lambda_E = \frac{HE}{DE}$$

- 두 경우에서의 기술적 효율성의 크기 비교 : $\theta \geq \theta_{ND}$

나. 자의적인 조정이 불가능한 산출물이 있는 경우

- 아래 그림에 나타난 output possibility set의 내부점인 F 를 중심으로 모든 산출물이 discretionary한 경우의 기술적 효율성의 크기와 한 종류의 산출물이 non-discretionary한 경우의 기술적 효율성의 크기를 보기로 하자.

[附圖 7] technical efficiency measurement with a non-discretionary output



- 산출물 q_1 과 q_2 가 모두 discretionary한 통상적인 경우 점 F 의 기술적 효율성의 역수

$$\phi = \frac{OG}{OF}$$

$$\text{peer group} = \{ C, D \}$$

$$\lambda_c = \frac{GD}{CD} ; \lambda_d = \frac{CG}{CD}$$

- 산출물 q_1 이 non-discretionary하고 q_2 가 모두 discretionary한 경우 점 F 의 기술적 효율성의 역수

$$\phi_{ND} = \frac{HI}{FI}$$

$$\text{peer group} = \{ B, C \}$$

$$\lambda_b = \frac{HC}{BC} ; \lambda_c = \frac{HB}{BC}$$

- 두 경우에서의 기술적 효율성 역수의 크기 비교 : $\phi \leq \phi_{ND}$

〈國文要約〉

資料包絡分析法 및 그 變形技法을 통한
公共部門의 生産性 測定：
韓國 中小都市의 生産性 分析

文 春 傑

우리나라 公共部門의 국가경쟁력이 낮다는 國際機構의 지적이 있어 왔고 일반의 인식도 그러한 반면, 정교한 기법에 의거한 우리나라 公共部門의 효율성지표의 산출은 미진한 상태이다. 公共部門의 생산성 논의의 基礎資料로서 신뢰성 있는 효율성지표의 계산은 필수적이며, 계측된 효율성지표를 이용하여 效率性的 결정요인을 분석할 필요가 있다.

本 研究에서는 公共部門의 生産性分析에 유용한 자료포락분석법의 여러 가지 유형을 기술조건 및 계측의 방향성 등의 측면에서 비교·요약하고, 한국 중소도시의 생산성에 대한 실증분석을 행하였다.

『韓國都市年鑑 1996』 및 『地方財政年鑑 1996』에 수록된 73개 도시 중에서 特別市와 廣域市를 제외한 67개 도시의 효율성지표의 상대적인 의미의 기술적 효율성을 여러 형태의 DEA기법을 이용하여 측정하였다. 시민 1인당 공무원 수 및 구성(일반직, 정무직 및 별정직, 특정직, 기능직 및 고용직), 人件費를 제외한 시민 1인당 세출결산액, 공무원 1인당 대비 관할 면적 등을 투입요소로, 하수도보급률, 상수도보급률, 도로율, 시민 1인당 도시공원 시설의 면적, 시민 1인당 공중변소의 개수, 시민 1인당 사회복지시설 수용인원, 시민 1인당 공공도서관 입관자수, 등록차량 대비 공영주차장의 면수, 세대수 대비 건축허가 건수를 산출물로 정의한 자료포락분석에 의거하여 40개의 효율성지표를 계측하였다.

계측된 효율성지표를 피설명변수로 하는 첨삭토빗회귀모형(censored Tobit regression model)을 사용하여 韓國 中小都市의 效率性 決定要因을 分析한 결과, 市民 1人當 公務員 數가 작고 인구밀도가 높은 인구과밀형 도시가 生産性이 높은 것으로 나타나 市民 數, 公務員 數, 管轄面積을 적 합하게 결합하는 공공서비스 공급의 최소규모(threshold)가 존재할 가능 성을 보여주고 있다.

<Abstract>

**Measuring Public Sector Productivity
through DEA and Its Modification:
Productivity Analysis
of Korea's Small- and Medium-Sized Cities**

Moon, Choon-Geol

International organizations keep on pointing out that Korea's national competitiveness is low in the public sector among many others and Korean people generally seem to agree with this observation. However, we do not have reliable efficiency index numbers for the public sectors, which enable us to draw policy implications to improve Korea's public sector productivity and international competitiveness.

This study summarizes and compares various forms of data envelopment analysis(DEA), and then applies them to 67 Korean small- and medium-sized cities, which were compiled from *Municipal Yearbook of Korea 1996* (Ministry of Home Affairs) and *Financial Yearbook of Local Government 1996* (Bureau of Local Finance and Economy, Ministry of Home Affairs) after removing 6 largest metropolitan cities from the 73 Korean cities.

The input variables include the number of (municipal) government employees per resident, the composition of the 4 categorized groups of government employees, the per-resident settled budget net of wages and salaries for government employees, and the size of the city per government employee. The output variables include the sewage coverage rate, the water coverage rate, the ratio of the total

area of the roads to that of the city, the per-resident size of the city parks, the per-resident number of public lavatories, the per-resident number of persons living in the social welfare institutions, the per-resident number of users of public libraries, the ratio of the number of pieces in the public parking lots to that of registered vehicles, and the ratio of the number of building permits to that of households. For each city, we come up with 40 efficiency numbers by varying the set of inputs, the assumed technology and the direction of efficiency measurement.

Noting that the efficiency numbers are censored at 1 from the above, we construct a censored Tobit regression model to analyze the determinants of efficiency levels. Among many independent variables, we find that the per-resident number of government employees exerts significantly negative effect on efficiency while the population density exerts positive effect. This leads to the policy implication that there may be the minimum threshold level of the local public service in terms of appropriate combination of the area, the number of residents and the number of government employees.

〈著者略歷〉

文春傑

서울大學校 經濟學科 卒業
美國 Stanford University 經濟學 博士
美國 Rutgers 大學校 經濟學科 助教授
現 漢陽大學校 經濟學部 教授

政策報告書 98-02

資料包絡分析法 및 그 變形技法을 통한
公共部門의 生産性 測定：
韓國 中小都市의 生産性 分析

1998年 3月 24日 印刷

1998年 3月 31日 發行

著者 文春傑

發行人 金仲秀

發行處 韓國租稅研究院

11317-11310 서울特別市 瑞草區 良才洞 60番地

電話：3460-2114(代), 팩시밀리：574-9183

登錄 1993年 7月 15日 第21-466號

組版및
印刷 상 일 인 쇄

© 韓國租稅研究院 1998

ISBN 89-8191-112-6

* 잘못 만들어진 책은 바꾸어 드립니다.

값 5,000원